

7 Kwadratische vergelijkingen

Voorkennis Delers, haakjes wegwerken en vergelijkingen

Bladzijde 102

- 1** a De delers van 20 zijn 1, 2, 4, 5, 10 en 20.
 b De delers van 23 zijn 1 en 23.
 c De delers van 48 zijn 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24 en 48.
- 2** De getallen tussen 10 en 20 die precies 2 delers hebben zijn 11, 13, 17 en 19.
- 3** 32 is bijvoorbeeld deelbaar door 4 en dus geen priemgetal.
 59 is een priemgetal.
 97 is een priemgetal.
 143 is bijvoorbeeld deelbaar door 11 en dus geen priemgetal.
 159 is bijvoorbeeld deelbaar door 3 en dus geen priemgetal.
 1001 is bijvoorbeeld deelbaar door 11 en dus geen priemgetal.
- 4** Bijvoorbeeld 4 is deelbaar door 1 en door zichzelf, maar 4 is geen priemgetal.
 Dus ik ben het niet met Lucas eens.

5 $12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$ $72 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$ $150 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$
 $18 = 2 \cdot 3 \cdot 3$ $90 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$ $405 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$

Bladzijde 103

- 6** a $5(2x - 6) = 10x - 30$ d $-2x(3 - x) = -6x + 2x^2$
 b $x(6x - 2) = 6x^2 - 2x$ e $5a(3 - 2a) = 15a - 10a^2$
 c $-(5x + 6) = -5x - 6$ f $-x^2(5 + 2x) = -5x^2 - 2x^3$
- 7** a $4(2x + 3) = 8x + 12$ d $6x(x - 3) = 6x^2 - 18x$
 b $x(x + 5) = x^2 + 5x$ e $5x(x + 4) = 5x^2 + 20x$
 c $x(x - 7) = x^2 - 7x$ f $4x(2x - 5) = 8x^2 - 20x$
- 8** a $(x + 4)(x + 3) = x^2 + 3x + 4x + 12 = x^2 + 7x + 12$ d $(x - 5)(x - 7) = x^2 - 7x - 5x + 35 = x^2 - 12x + 35$
 b $(x + 2)(x - 6) = x^2 - 6x + 2x - 12 = x^2 - 4x - 12$ e $(x + 4)(x + 4) = x^2 + 4x + 4x + 16 = x^2 + 8x + 16$
 c $3x(x + 4) = 3x^2 + 12x$ f $(x - 3)(x + 5) = x^2 + 5x - 3x - 15 = x^2 + 2x - 15$
- 9** a $(x + 2)(x - 6) = x^2 - 4x - 12$ c $(x - 1)(x + 4) = x^2 + 3x - 4$
 b $(x - 2)(x - 4) = x^2 - 6x + 8$ d $(x + 2)(x + 3) = x^2 + 5x + 6$
- 10** a $3x + 7 = 19$ c $-2x + 8 = 0$ e $5x = 0$
 $-7 \quad -7$ $-8 \quad -8$ $:5 \quad :5$
 $3x = 12$ $-2x = -8$ $x = 0$
 $:3 \quad :3$ $: -2 \quad : -2$ **f** $3 - x = 0$
 $x = 4$ $x = 4$ $-3 \quad -3$
 b $5x - 3 = 7$ d $x - 3 = 0$ $-x = -3$
 $+3 \quad +3$ $+3 \quad +3$ $: -1 \quad : -1$
 $5x = 10$ $x = 3$ $x = 3$
 $:5 \quad :5$
 $x = 2$

11 a $\frac{1}{4}a = 8$
 $\times 4 \quad \times 4$
 $a = 32$

b $a - 7 = 0$
 $+ 7 \quad + 7$
 $a = 7$

c $\frac{1}{4}a = 0$
 $\times 4 \quad \times 4$
 $a = 0$

d $2a + 80 = 0$
 $- 80 \quad - 80$
 $2a = -80$
 $: 2 \quad : 2$
 $a = -40$

e $\frac{1}{3}a - 9 = 0$
 $+ 9 \quad + 9$
 $\frac{1}{3}a = 9$
 $\times 3 \quad \times 3$
 $a = 27$

f $3a + 9 = 0$
 $- 9 \quad - 9$
 $3a = -9$
 $: 3 \quad : 3$
 $a = -3$

7.1 De vergelijking $x^2 = c$

Bladzijde 104

- 1 a** Het kwadraat van 7 en van -7 is 49.
 Dus $x = 7$ en $x = -7$ zijn de oplossingen van de vergelijking $x^2 = 49$.
- b** $x^2 = 25$ geeft $x = 5$ en $x = -5$
- c** $x^2 = 0$ geeft $x = 0$
- d** De vergelijking $x^2 = -25$ heeft geen oplossing omdat het kwadraat van een getal niet negatief is.

2 a $x^2 = 13$
 $x = \sqrt{13}$ of $x = -\sqrt{13}$
 $x \approx 3,61$ of $x \approx -3,61$

b $x^2 = -13$
 geen oplossing

c $x^2 = 0$
 $x = 0$

d $x^2 - 11 = 0$
 $+ 11 \quad + 11$
 $x^2 = 11$
 $x = \sqrt{11}$ of $x = -\sqrt{11}$
 $x \approx 3,32$ of $x \approx -3,32$

e $2x^2 = 50$
 $: 2 \quad : 2$
 $x^2 = 25$
 $x = 5$ of $x = -5$

f $\frac{1}{5}x^2 = 20$
 $\times 5 \quad \times 5$
 $x^2 = 100$
 $x = 10$ of $x = -10$

g $5x^2 - 1 = 4$
 $+ 1 \quad + 1$
 $5x^2 = 5$
 $: 5 \quad : 5$
 $x^2 = 1$
 $x = 1$ of $x = -1$

h $-3x^2 + 22 = 1$
 $- 22 \quad - 22$
 $-3x^2 = -21$
 $: -3 \quad : -3$
 $x^2 = 7$
 $x = \sqrt{7}$ of $x = -\sqrt{7}$
 $x \approx 2,65$ of $x \approx -2,65$

i $3x^2 - 31 = -4$
 $+ 31 \quad + 31$
 $3x^2 = 27$
 $: 3 \quad : 3$
 $x^2 = 9$
 $x = 3$ of $x = -3$

Bladzijde 105

3 a $7x^2 - 10 = -10$
 $+ 10 \quad + 10$
 $7x^2 = 0$
 $: 7 \quad : 7$
 $x^2 = 0$
 $x = 0$

b $2x^2 + 2 = 8$
 $- 2 \quad - 2$
 $2x^2 = 6$
 $: 2 \quad : 2$
 $x^2 = 3$
 $x = \sqrt{3}$ of $x = -\sqrt{3}$
 $x \approx 1,73$ of $x \approx -1,73$

c $\frac{1}{3}x^2 + 2 = 14$
 $- 2 \quad - 2$
 $\frac{1}{3}x^2 = 12$
 $\times 3 \quad \times 3$
 $x^2 = 36$
 $x = 6$ of $x = -6$

d $-4x^2 + 100 = 0$
 $- 100 \quad - 100$
 $-4x^2 = -100$
 $: -4 \quad : -4$
 $x^2 = 25$
 $x = 5$ of $x = -5$

e $0,04x^2 - 1 = 3$
 $+ 1 \quad + 1$
 $0,04x^2 = 4$
 $\times 25 \quad \times 25$
 $x^2 = 100$
 $x = 10$ of $x = -10$

f $5x^2 + 0,2 = 0$
 $- 0,2 \quad - 0,2$
 $5x^2 = -0,2$
 $: 5 \quad : 5$
 $x^2 = -0,04$
 geen oplossing

4 $2x^2 - 3 = 5$
 $\quad + 3 \quad + 3$
 $2x^2 = 8$
 $\quad : 2 \quad : 2$
 $x^2 = 4$
 $x = 2$ of $x = -2$
 Dus $A(-2, 5)$ en $B(2, 5)$.

5 a $\frac{1}{4}x^2 - 4 = 5$
 $\quad + 4 \quad + 4$
 $\frac{1}{4}x^2 = 9$
 $\quad \times 4 \quad \times 4$
 $x^2 = 36$
 $x = 6$ of $x = -6$
 Dus $D(-6, 5)$ en $E(6, 5)$.

b $-2x^2 + 5 = -13$
 $\quad - 5 \quad - 5$
 $-2x^2 = -18$
 $\quad : -2 \quad : -2$
 $x^2 = 9$
 $x = 3$ of $x = -3$
 Dus $P(-3, -13)$ en $Q(3, -13)$.

6 a Hierbij hoort de vergelijking $-4t^2 + 1000 = 800$.

b $-4t^2 + 1000 = 800$
 $\quad - 1000 \quad - 1000$
 $-4t^2 = -200$
 $\quad : -4 \quad : -4$
 $t^2 = 50$
 $t = \sqrt{50} = 7,07...$
 De vrije val duurde ongeveer 7 seconden.

c In 7,07... seconden legt Kristel 200 meter af. Per seconde is dit $\frac{200}{7,07...} = 28,28...$ meter. Per uur is dit $28,28... \cdot 3600 \approx 101\,823,3...$ meter. Haar gemiddelde snelheid is dus ongeveer 102 kilometer per uur.

7 a Hierbij hoort de vergelijking $-0,0045x^2 + 100 = 80$.
 $-0,0045x^2 + 100 = 80$
 $\quad - 100 \quad - 100$
 $-0,0045x^2 = -20$
 $\quad : -0,0045 \quad : -0,0045$
 $x^2 = 4444,4...$
 $x = \sqrt{4444,4...} = 66,66...$ of $x = -\sqrt{4444,4...} = -66,66...$
 De kabel is $66,66... - (-66,66...) \approx 133$ meter lang.

b De punten A en B bevinden zich op $h = 0$, dus geldt de vergelijking $-0,0045x^2 + 100 = 0$. Oplossen geeft
 $-0,0045x^2 + 100 = 0$
 $\quad - 100 \quad - 100$
 $-0,0045x^2 = -100$
 $\quad : -0,0045 \quad : -0,0045$
 $x^2 = 22\,222,22...$
 $x = \sqrt{22\,222,22...} = 149,07...$ of $x = -\sqrt{22\,222,22...} \approx -149,07...$
 Dus $AB = 149,07... - (-149,07...) \approx 298$ meter.

Bladzijde 106

- 8** **a** $3(x+2)^2 + 1 = 13$
 $\quad \quad \quad -1 \quad -1$
 $3(x+2)^2 = 12$
 $\quad \quad \quad :3 \quad \quad :3$
 $(x+2)^2 = 4$
 $x+2 = 2 \text{ of } x+2 = -2$
 $x = 0 \text{ of } x = -4$
- b** $-2(x+8)^2 + 1 = -7$
 $\quad \quad \quad -1 \quad -1$
 $-2(x+8)^2 = -8$
 $\quad \quad \quad : -2 \quad \quad : -2$
 $(x+8)^2 = 4$
 $x+8 = 2 \text{ of } x+8 = -2$
 $x = -6 \text{ of } x = -10$
- c** $\frac{1}{2}(x-5)^2 - 18 = 0$
 $\quad \quad \quad +18 \quad +18$
 $\frac{1}{2}(x-5)^2 = 18$
 $\quad \quad \quad \times 2 \quad \quad \times 2$
 $(x-5)^2 = 36$
 $x-5 = 6 \text{ of } x-5 = -6$
 $x = 11 \text{ of } x = -1$
- d** $(x-8)^2 - 8 = -24$
 $\quad \quad \quad +8 \quad +8$
 $(x-8)^2 = -16$
geen oplossing

- 9** **a** De zijden van het grondvlak van de doos zijn $x - 9 - 9 = x - 18$ cm.
Dus het grondvlak van de doos is een vierkant met zijden van $x - 18$ cm.
- b** De hoogte van de doos is 9 cm.
- c** inhoud = lengte · breedte · hoogte = $(x - 18) \cdot (x - 18) \cdot 9 = 9(x - 18)^2 \text{ cm}^3$
- d** Hieruit volgt de vergelijking $9(x - 18)^2 = 144$.
- e** $9(x - 18)^2 = 144$
 $\quad \quad \quad :9 \quad \quad :9$
 $(x - 18)^2 = 16$
 $x - 18 = 4 \text{ of } x - 18 = -4$
 $x = 22 \text{ of } x = 14$
 $x = 14$ kan niet
De doos is 4 bij 4 bij 9 cm.

7.2 Buiten haakjes brengen**Bladzijde 107**

- 10** **a** $12pq = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot p \cdot q$
b $20pq^2 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot p \cdot q \cdot q$
- 11** **a** $x(x - 5) = x^2 - 5x$
b $3(x + 11) = 3x + 33$
- 12** **a** $b(8a + 9) = 8ab + 9b$
b $x(2x + 1) = 2x^2 + x$
- c** $11xy^2 = 11 \cdot x \cdot y \cdot y$
d $25x^2y = 5 \cdot 5 \cdot x \cdot x \cdot y$
- c** $a(3a - 2b) = 3a^2 - 2ab$
d $3a(5a + 1) = 15a^2 + 3a$
- c** $a(3b + 1) = 3ab + a$
d $x(5x - 3) = 5x^2 - 3x$

Bladzijde 108

- 13** **a** $4x + 6y = 2(2x + 3y)$
b $4x - xy = x(4 - y)$
c $x^2 + 18x = x(x + 18)$
- d** $2p - 6 = 2(p - 3)$
e $pq + pr = p(q + r)$
f $x^2 - 5x = x(x - 5)$
- g** $3x^2 + 5x = x(3x + 5)$
h $7xy - 20x = x(7y - 20)$
i $8ab - 3b = b(8a - 3)$
- 14** **a** $6pq - 30p = p(6q - 30)$
b $6pq - 30p = 6(pq - 5p)$
- c** $6pq - 30p = 2p(3q - 15)$
d $6pq - 30p = 6p(q - 5)$

Bladzijde 109

- 15** **a** $3ab + 9a = 3a(b + 3)$
b $12ab - 9b = 3b(4a - 3)$
c $3a^2 + 6a = 3a(a + 2)$
- d** $3a^2 - 6b = 3(a^2 - 2b)$
e $3ab - 3a = 3a(b - 1)$
f $3ab - 9ac = 3a(b - 3c)$
- g** $12xyz - 16xy = 4xy(3z - 4)$
h $2xy + 8xz = 2x(y + 4z)$
i $5x^2 - 15x^3 = 5x^2(1 - 3x)$
- 16** **a** $6x^3 - 12x = 6x(x^2 - 2)$
b $25x^2 - 30x = 5x(5x - 6)$
c $10x^2 + 5x^2y = 5x^2(2 + y)$
d $6x^4 - 3x^2 = 3x^2(2x^2 - 1)$
e $18a^2bc + 12ab^2c = 6abc(3a + 2b)$
- f** $x^4 - x^3 + x^2 = x^2(x^2 - x + 1)$
g $4x^2y + xy - xy^2 = xy(4x + 1 - y)$
h $12x^8 + 18x^6 - 16x^5 = 2x^5(6x^3 + 9x - 8)$
i $9p^3q^2r - 6pq^2r^3 = 3pq^2r(3p^2 - 2r^2)$

- 17 a $(x-5)(x+5) = x^2 - 25$ c $(a+1)(a-1) = a^2 - 1$ e $(x^3+2)(x^3-2) = x^6 - 4$
 b $(3x-8)(3x+8) = 9x^2 - 64$ d $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$ f $(p^2-q^2)(p^2+q^2) = p^4 - q^4$

Bladzijde 110

- 18 a $(x+3)(x+3) = x^2 + 3x + 3x + 9 = x^2 + 6x + 9$
 b De bewering van Fred klopt niet.
- 19 a $25a^2 - 4 = (5a-2)(5a+2)$ d $36a^2 - 121 = (6a-11)(6a+11)$
 b $a^2 - 64 = (a-8)(a+8)$ e $36a^2 - a = a(36a-1)$
 c $a^2 - 64a = a(a-64)$ f $225a^2 - 0,01 = (15a-0,1)(15a+0,1)$
- 20 a $x^3 - 16x = x(x^2 - 16) = x(x-4)(x+4)$ d $x^4 - 16x^2 = x^2(x^2 - 16) = x^2(x-4)(x+4)$
 b $x^3 - 64x^2 = x^2(x-64)$ e $x^4 + 16x^2 = x^2(x^2 + 16)$
 c $x^3 - 64x = x(x^2 - 64) = x(x-8)(x+8)$ f $x^4 + 16x^3 = x^3(x+16)$
- 21 a $5p^2 - 125 = 5(p^2 - 25) = 5(p-5)(p+5)$
 b $x^4 - 16 = (x^2-4)(x^2+4) = (x-2)(x+2)(x^2+4)$
 c $a^{10} - 9 = (a^5-3)(a^5+3)$
 d $q^8 + p^6q^6 = q^6(q^2 + p^6)$
 e $x^8y^6 - z^2 = (x^4y^3 - z)(x^4y^3 + z)$
 f $18k^8 - 18 = 18(k^8 - 1) = 18(k^4 - 1)(k^4 + 1) = 18(k^2 - 1)(k^2 + 1)(k^4 + 1) = 18(k-1)(k+1)(k^2+1)(k^4+1)$
- 22 a $a^2 - 18a + 81 = (a-9)^2$
 b $p^2 + 16p + 64 = (p+8)^2$
 c $p^2 - 10pq + 25q^2 = (p-5q)^2$
 d $18x^2 - 60x + 50 = 2(9x^2 - 30x + 25) = 2(3x-5)^2$
 e $64y^2 + 80yz + 25z^2 = (8y+5z)^2$
 f $81a^2 - 18ab + b^2 = (9a-b)^2$
 g $a^3 + 2a^2b + ab^2 = a(a^2 + 2ab + b^2) = a(a+b)^2$
 h $x^{16} - 8x^8 + 16 = (x^8-4)^2 = ((x^4-2)(x^4+2))^2 = (x^4-2)^2(x^4+2)^2$
 i $16p^4 - 72p^2q + 81q^2 = (4p^2-9q)^2$

7.3 De product-som-methode**Bladzijde 111**

- 23 a $(x+5)(x+3) = x^2 + 3x + 5x + 15 = x^2 + 8x + 15$ d $(x+1)(x+2) = x^2 + 2x + x + 2 = x^2 + 3x + 2$
 b $(x-2)(x+6) = x^2 + 6x - 2x - 12 = x^2 + 4x - 12$ e $(x+4)(x-4) = x^2 - 4x + 4x - 16 = x^2 - 16$
 c $(x-4)(x-7) = x^2 - 7x - 4x + 28 = x^2 - 11x + 28$ f $(x-5)(x+3) = x^2 + 3x - 5x - 15 = x^2 - 2x - 15$
- 24 a $(x+5)(x+2) = x^2 + 2x + 5x + 10 = x^2 + 7x + 10$
 Als de zijden $(x+5)$ en $(x+2)$ zouden zijn, dan zou de oppervlakte van de rechthoek $x^2 + 7x + 10$ zijn.
 De oppervlakte is echter $x^2 + 7x + 12$, dus de zijden kunnen niet $(x+5)$ en $(x+2)$ zijn.
 b $(x+6)(x+2) = x^2 + 2x + 6x + 12 = x^2 + 8x + 12$
 De zijden zijn dus ook niet $(x+6)$ en $(x+2)$.
 c De zijden zijn $x+4$ en $x+3$, want $(x+4)(x+3) = x^2 + 3x + 4x + 12 = x^2 + 7x + 12$.
- 25 a 4 en 5, want $4 \cdot 5 = 20$ en $4 + 5 = 9$.
 b 1 en 20, want $1 \cdot 20 = 20$ en $1 + 20 = 21$.
 c 2 en 10, want $2 \cdot 10 = 20$ en $2 + 10 = 12$.
 d -2 en -10, want $-2 \cdot -10 = 20$ en $-2 + -10 = -12$.

Bladzijde 113

- 26 a $x^2 + 5x + 4 = (x+1)(x+4)$ d $x^2 - 2x - 35 = (x+5)(x-7)$
 b $x^2 + 4x - 5 = (x-1)(x+5)$ e $x^2 - 29x + 100 = (x-4)(x-25)$
 c $x^2 - 14x + 49 = (x-7)(x-7)$ f $x^2 + 13x - 30 = (x-2)(x+15)$

27

product 20		som
1	20	21
-1	-20	-21
2	10	12
-2	-10	-12
4	5	9
-4	-5	-9

b $x^2 + 12x + 20 = (x + 2)(x + 10)$

c $x^2 - 9x + 20 = (x - 4)(x - 5)$

d $x^2 - 21x + 20 = (x - 1)(x - 20)$

e $x^2 - 12x + 20 = (x - 2)(x - 10)$

28

product -20		som
1	-20	-19
-1	20	19
2	-10	-8
-2	10	8
4	-5	-1
-4	5	1

b $x^2 - 8x - 20 = (x + 2)(x - 10)$

c $x^2 + 19x - 20 = (x - 1)(x + 20)$

d $x^2 + 8x - 20 = (x - 2)(x + 10)$

e $x^2 - 19x - 20 = (x + 1)(x - 20)$

29

product 16		som
1	16	17
-1	-16	-17
2	8	10
-2	-8	-10
4	4	8
-4	-4	-8

a $x^2 + 10x + 16 = (x + 2)(x + 8)$

b $x^2 - 6x - 16 = (x + 2)(x - 8)$

product -16		som
1	-16	-15
-1	16	15
2	-8	-6
-2	8	6
4	-4	0
-4	4	0

c $x^2 + 15x - 16 = (x - 1)(x + 16)$

d $x^2 - 4x - 12 = (x + 2)(x - 6)$

product -12		som
1	-12	-11
-1	12	11
2	-6	-4
-2	6	4
3	-4	-1
-3	4	1

f $x^2 - 11x + 10 = (x - 1)(x - 10)$

g $x^2 - 9x - 10 = (x + 1)(x - 10)$

h $x^2 - 2x - 15 = (x + 3)(x - 5)$

i $x^2 + 9x + 14 = (x + 2)(x + 7)$

30

a $x^2 - 10x + 21 = (x - 3)(x - 7)$

b $x^2 + 22x + 21 = (x + 1)(x + 21)$

c $x^2 + 13x + 22 = (x + 2)(x + 11)$

d $x^2 - 9x - 22 = (x + 2)(x - 11)$

e $x^2 - 8x - 33 = (x + 3)(x - 11)$

31

a $x^2 + x - 20 = (x - 4)(x + 5)$

b $x^2 + x - 6 = (x - 2)(x + 3)$

c $x^2 - x - 12 = (x + 3)(x - 4)$

d $x^2 - x - 90 = (x + 9)(x - 10)$

e $x^2 + x - 110 = (x - 10)(x + 11)$

f $x^2 - x - 2 = (x + 1)(x - 2)$

32

a $x^2 + 6x + 8 = (x + 2)(x + 4)$

b $x^2 + 3x - 4 = (x - 1)(x + 4)$

c $x^2 + x - 90 = (x - 9)(x + 10)$

d $x^2 - 11x + 24 = (x - 3)(x - 8)$

e $x^2 + x - 2 = (x - 1)(x + 2)$

f $x^2 - 12x + 36 = (x - 6)(x - 6)$

g $x^2 - 2x - 80 = (x + 8)(x - 10)$

h $x^2 + 5x - 50 = (x + 10)(x - 5)$

i $x^2 + 10x - 39 = (x - 3)(x + 13)$

Bladzijde 114

- 33** a $x^2 + 15x + 26 = (x + 2)(x + 13)$ f $49x^2 - 4 = (7x - 2)(7x + 2)$
 b $x^2 - 27x + 26 = (x - 1)(x - 26)$ g $x^2 - x - 42 = (x + 6)(x - 7)$
 c $x^2 - 27x = x(x - 27)$ h $8x^2 + 4x = 4x(2x + 1)$
 d $x^2 - 81 = (x - 9)(x + 9)$ i $x^2 - 8x - 48 = (x + 4)(x - 12)$
 e $x^2 - 14x = x(x - 14)$

- 34** a $x^3 - 2x^2 - 8x = x(x^2 - 2x - 8) = x(x + 2)(x - 4)$
 b $5x^3 - 10x^2 - 15x = 5x(x^2 - 2x - 3) = 5x(x + 1)(x - 3)$
 c $x^4 - x^3 - x^2 = x^2(x^2 - x - 1)$
 d $x^3 - 64x = x(x^2 - 64) = x(x - 8)(x + 8)$
 e $6x^2 - 6x - 18 = 6(x^2 - x - 3)$
 f $x^3y^2 + 2x^3y - 15x^3 = x^3(y^2 + 2y - 15) = x^3(y - 3)(y + 5)$

- 35** a $x^2 - 17x - 60 = (x + 3)(x - 20)$
 b $x^2 + 15x + 54 = (x + 6)(x + 9)$
 c $x^2 + 18x - 63 = (x - 3)(x + 21)$
 d $x^3 - 20x^2 + 100x = x(x^2 - 20x + 100) = x(x - 10)(x - 10)$
 e $x^2 + 16x = x(x + 16)$
 f $x^2 - 21x + 68 = (x - 4)(x - 17)$
 g $6x^2 - 32x = 2x(3x - 16)$
 h $16x^5 - x^3 = x^3(16x^2 - 1) = x^3(4x - 1)(4x + 1)$
 i $x^2 - 9x - 36 = (x + 3)(x - 12)$

- 36** a $x^4 - 5x^2 + 4 = (x^2 - 1)(x^2 - 4) = (x - 1)(x + 1)(x - 2)(x + 2)$
 b $a^4 + a^2 - 20 = (a^2 - 4)(a^2 + 5) = (a - 2)(a + 2)(a^2 + 5)$
 c $3x^4 + 45x^2 - 48 = 3(x^4 + 15x^2 - 16) = 3(x^2 - 1)(x^2 + 16) = 3(x - 1)(x + 1)(x^2 + 16)$
 d $x^{16} + x^8 - 2 = (x^8 - 1)(x^8 + 2) = (x^4 - 1)(x^4 + 1)(x^8 + 2) = (x^2 - 1)(x^2 + 1)(x^4 + 1)(x^8 + 2) = (x - 1)(x + 1)(x^2 + 1)(x^4 + 1)(x^8 + 2)$
 e $a^8 - a^4 = a^4(a^4 - 1) = a^4(a^2 - 1)(a^2 + 1) = a^4(a - 1)(a + 1)(a^2 + 1)$
 f $x^8 - 17x^4 + 16 = (x^4 - 1)(x^4 - 16) = (x^2 - 1)(x^2 + 1)(x^2 - 4)(x^2 + 4) = (x - 1)(x + 1)(x^2 + 1)(x - 2)(x + 2)(x^2 + 4)$

Bladzijde 115

- 37** a $x^2 + 6\frac{1}{2}x + 3 = (x + 6)(x + \frac{1}{2})$
 b $x^2 - 5\frac{1}{3}x - 4 = (x - 6)(x + \frac{2}{3})$
 c $x^2 - \frac{1}{6}x - \frac{1}{6} = (x - \frac{1}{2})(x + \frac{1}{3})$
 d $x^2 - 10\frac{1}{2}x + 26 = (x - 4)(x - 6\frac{1}{2})$
 e $x^2 - 3\frac{4}{5}x - 6 = (x - 5)(x + 1\frac{1}{5})$
 f $x^2 - \frac{2}{3}x - \frac{1}{3} = (x - 1)(x + \frac{1}{3})$

- 38** Stel het ene oneven getal is a , dus $a = 2k + 1$.
 Stel het andere oneven getal is b , dus $b = 2n + 1$.
 Dan $a + b = 2k + 1 + 2n + 1 = 2k + 2n + 2 = 2(\underbrace{k + n + 1}_{\text{natuurlijk getal } p})$.

Dus $a + b$ heeft de vorm $2p$, dus $a + b$ is even.

Bladzijde 116

- 39** a Stel het ene even getal is a , dus $a = 2k$.
 Stel het andere even getal is b , dus $b = 2n$.
 Dan $a + b = 2k + 2n = 2(\underbrace{k + n}_{\text{natuurlijk getal } p})$.
 Dus $a + b$ heeft de vorm $2p$, dus $a + b$ is even.

- b** Stel het eerste natuurlijke getal is n .
 Dan is het volgende natuurlijke getal $n + 1$.
 Dan $n + n + 1 = \underline{2n} + 1$.

natuurlijk
getal p

Dus de som van twee opeenvolgende natuurlijke getallen heeft de vorm $2p + 1$, dus de som van twee opeenvolgende natuurlijke getallen is oneven.

- c** Stel het ene even getal is a , dus $a = 2k$.
 Stel het andere even getal is b , dus $b = 2n$.
 Dan $a \cdot b = 2k \cdot 2n = 4 \cdot \underline{kn}$

natuurlijk
getal p

Dus $a \cdot b$ heeft de vorm $4p$, dus $a \cdot b$ is deelbaar door 4.

- d** Stel het ene vijfvoud is a , dus $a = 5k$.
 Stel het andere vijfvoud is b , dus $b = 5n$.
 Dan $a + b = 5k + 5n = 5(\underline{k + n})$.

natuurlijk
getal p

Dus $a + b$ heeft de vorm $5p$, dus $a + b$ is een vijfvoud.

- 40 a** Stel het eerste natuurlijke getal is n .
 Dan zijn de daaropvolgende natuurlijke getallen $n + 1$, $n + 2$ en $n + 3$.
 Dan $n + n + 1 + n + 2 + n + 3 = 4n + 6 = 2(\underline{2n + 3})$.

natuurlijk
getal p

De som van vier opeenvolgende natuurlijke getallen heeft de vorm $2p$, dus de som van vier opeenvolgende natuurlijke getallen is even.

- b** Stel het eerste even getal is $2k$.
 Dan zijn de twee daaropvolgende even getallen $2k + 2$ en $2k + 4$.
 Dan $2k + 2k + 2 + 2k + 4 = 6k + 6 = 6(\underline{k + 1})$.

natuurlijk
getal p

De som van drie opeenvolgende even getallen heeft de vorm $6p$, dus de som van drie opeenvolgende even getallen is deelbaar door 6.

- 41 a** $765 - 567 = 198$
 $321 - 123 = 198$
 $543 - 345 = 198$
 $987 - 789 = 198$

Vermoeden

Als je een getal van drie opeenvolgende cijfers neemt en je draait de volgorde van de cijfers om, dan is het verschil van het tweede en het eerste getal 198.

- b** *Bewijs*
 Stel het eerste getal is abc , dan is het tweede getal cba .
 Het eerste getal is te schrijven als $100a + 10b + c$.
 Het tweede getal is te schrijven als $100c + 10b + a$.
 Verder geldt $c - a = 2$.
 Het verschil van het tweede en het eerste getal is
 $100c + 10b + a - (100a + 10b + c) =$
 $100c + 10b + a - 100a - 10b - c =$
 $99c - 99a = 99(c - a) = 99 \cdot 2 = 198.$

c $7654 - 4567 = 3087$
 $4321 - 1234 = 3087$
 $5432 - 2345 = 3087$
 $9876 - 6789 = 3087$

Vermoeden

Als je een getal van vier opeenvolgende cijfers neemt en je draait de volgorde van de cijfers om, dan is het verschil van het tweede en het eerste getal 3087.

Bewijs

Stel het eerste getal is $abcd$, dan is het tweede getal $dcba$.

Het eerste getal is te schrijven als $1000a + 100b + 10c + d$.

Het tweede getal is te schrijven als $1000d + 100c + 10b + a$.

Verder geldt $d - a = 3$ en $c - b = 1$.

Het verschil van het tweede en het eerste getal is

$$1000d + 100c + 10b + a - (1000a + 100b + 10c + d) =$$

$$1000d + 100c + 10b + a - 1000a - 100b - 10c - d =$$

$$999d + 90c - 90b - 999a = 999(d - a) + 90(c - b) =$$

$$999 \cdot 3 + 90 \cdot 1 = 2997 + 90 = 3087.$$

7.4 Kwadratische vergelijkingen

Bladzijde 117

42 a $3x + 12 = 0$
 $-12 \quad -12$

$$3x = -12$$

$$:3 \quad :3$$

$$x = -4$$

b $x - 11 = 0$
 $+11 \quad +11$

$$x = 11$$

c $5x = 0$
 $:5 \quad :5$
 $x = 0$

d $x + 8 = 0$

$$-8 \quad -8$$

$$x = -8$$

e $5x - 20 = 0$

$$+20 \quad +20$$

$$5x = 20$$

$$:5 \quad :5$$

$$x = 4$$

f $-3x = 0$

$$:-3 \quad :-3$$

$$x = 0$$

43 a Ja, dit klopt.

Dus $x = 4$ is een oplossing.

b Vervang x door 3.

$$\text{Je krijgt } (3 - 4)(3 + 3) = -1 \cdot 6 = -6.$$

-6 is niet gelijk aan 0, dus $x = 3$ is geen oplossing.

c Vervang x door -3.

$$\text{Je krijgt } (-3 - 4)(-3 + 3) = -7 \cdot 0 = 0.$$

Er komt 0 uit, dus $x = -3$ is een oplossing.

44 Minstens één van de twee getallen is 0.

Bladzijde 118

45 a $(x + 3)(x - 9) = 0$
 $x + 3 = 0 \vee x - 9 = 0$
 $x = -3 \vee x = 9$

b $2x(x + 5) = 0$
 $2x = 0 \vee x + 5 = 0$
 $x = 0 \vee x = -5$

c $(x - 1)(2x + 15) = 0$
 $x - 1 = 0 \vee 2x + 15 = 0$
 $x = 1 \vee 2x = -15$

$x = 1 \vee x = -7\frac{1}{2}$
 d $a(0,5a - 10) = 0$
 $a = 0 \vee 0,5a - 10 = 0$
 $a = 0 \vee 0,5a = 10$
 $a = 0 \vee a = 20$

e $(x + 3)(x - 3) = 0$
 $x + 3 = 0 \vee x - 3 = 0$
 $x = -3 \vee x = 3$

f $5a(2a + 7) = 0$
 $5a = 0 \vee 2a + 7 = 0$
 $a = 0 \vee 2a = -7$
 $a = 0 \vee a = -3\frac{1}{2}$

46 a $x^2 - 10x = 0$
 $x(x - 10) = 0$
 $x = 0 \vee x - 10 = 0$
 $x = 0 \vee x = 10$

b $3x^2 + 2x = 0$
 $x(3x + 2) = 0$
 $x = 0 \vee 3x + 2 = 0$
 $x = 0 \vee 3x = -2$
 $x = 0 \vee x = -\frac{2}{3}$

47 a $x^2 + 7x + 12 = 0$
 $(x+3)(x+4) = 0$
 $x+3 = 0 \vee x+4 = 0$
 $x = -3 \vee x = -4$

b $a^2 - a - 12 = 0$
 $(a+3)(a-4) = 0$
 $a+3 = 0 \vee a-4 = 0$
 $a = -3 \vee a = 4$

c $a^2 - 10a - 24 = 0$
 $(a+2)(a-12) = 0$
 $a+2 = 0 \vee a-12 = 0$
 $a = -2 \vee a = 12$

d $x^2 - 10x + 24 = 0$
 $(x-4)(x-6) = 0$
 $x-4 = 0 \vee x-6 = 0$
 $x = 4 \vee x = 6$

e $3x^2 - x = 0$
 $x(3x-1) = 0$
 $x = 0 \vee 3x-1 = 0$
 $x = 0 \vee 3x = 1$
 $x = 0 \vee x = \frac{1}{3}$

f $5x^2 - 15x = 0$
 $5x(x-3) = 0$
 $5x = 0 \vee x-3 = 0$
 $x = 0 \vee x = 3$

Bladzijde 119

48 a $x^2 - 25 = 0$
 $(x-5)(x+5) = 0$
 $x-5 = 0 \vee x+5 = 0$
 $x = 5 \vee x = -5$

b $25x^2 - 16 = 0$
 $25x^2 = 16$
 $x^2 = \frac{16}{25}$
 $x = \frac{4}{5} \vee x = -\frac{4}{5}$

c $16x^2 - x = 0$
 $x(16x-1) = 0$
 $x = 0 \vee 16x-1 = 0$
 $x = 0 \vee 16x = 1$
 $x = 0 \vee x = \frac{1}{16}$

d $9x^2 - 49 = 0$
 $9x^2 = 49$
 $x^2 = \frac{49}{9}$
 $x = \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3} \vee x = -\frac{7}{3} = -2\frac{1}{3}$

e $x^2 - 121 = 0$
 $(x-11)(x+11) = 0$
 $x-11 = 0 \vee x+11 = 0$
 $x = 11 \vee x = -11$

f $16x^2 - 81x = 0$
 $x(16x-81) = 0$
 $x = 0 \vee 16x-81 = 0$
 $x = 0 \vee 16x = 81$
 $x = 0 \vee x = \frac{81}{16} = 5\frac{1}{16}$

49 a $y^2 - 9y + 20 = 0$
 $(y-4)(y-5) = 0$
 $y-4 = 0 \vee y-5 = 0$
 $y = 4 \vee y = 5$

b $p^2 + 2p - 35 = 0$
 $(p-5)(p+7) = 0$
 $p-5 = 0 \vee p+7 = 0$
 $p = 5 \vee p = -7$

c $9x^2 - 1 = 0$
 $9x^2 = 1$
 $x^2 = \frac{1}{9}$
 $x = \frac{1}{3} \vee x = -\frac{1}{3}$

d $3a^2 + 12a = 0$
 $3a(a+4) = 0$
 $3a = 0 \vee a+4 = 0$
 $a = 0 \vee a = -4$

e $x^2 + x - 12 = 0$
 $(x-3)(x+4) = 0$
 $x-3 = 0 \vee x+4 = 0$
 $x = 3 \vee x = -4$

f $16x^2 - 81 = 0$
 $16x^2 = 81$
 $x^2 = \frac{81}{16}$
 $x = \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4} \vee x = -\frac{9}{4} = -2\frac{1}{4}$

g $5t - t^2 = 0$
 $t(5-t) = 0$
 $t = 0 \vee 5-t = 0$
 $t = 0 \vee t = 5$

h $q^2 + 16q + 63 = 0$
 $(q+7)(q+9) = 0$
 $q+7 = 0 \vee q+9 = 0$
 $q = -7 \vee q = -9$

i $64 - 4x^2 = 0$
 $-4x^2 = -64$
 $x^2 = 16$
 $x = 4 \vee x = -4$

50 De vergelijking $x^2 + ax - 8b = 0$ met oplossingen $x = -4$ en $x = 6$ geeft $(x+4)(x-6) = 0$.
 Dit geeft $x^2 - 6x + 4x - 24 = x^2 - 2x - 24 = 0$.
 Dus $a = -2$ en $8b = 24$ ofwel $b = 3$.

51 a $x^2 - 4x - 5 = 0$
 $(x+1)(x-5) = 0$
 $x+1 = 0 \vee x-5 = 0$
 $x = -1 \vee x = 5$

b Dus $A(-1, 0)$ en $B(5, 0)$.

52 $x^2 - 4x + 3 = 0$
 $(x-1)(x-3) = 0$
 $x-1 = 0 \vee x-3 = 0$
 $x = 1 \vee x = 3$
 Dus $A(1, 0)$ en $B(3, 0)$.

$\frac{1}{2}x^2 - 3x = 0$
 $x(\frac{1}{2}x - 3) = 0$
 $x = 0 \vee \frac{1}{2}x - 3 = 0$
 $x = 0 \vee \frac{1}{2}x = 3$
 $x = 0 \vee x = 6$
 Dus $C(0, 0)$ en $D(6, 0)$.

$x^2 - 5x - 6 = 0$
 $(x+1)(x-6) = 0$
 $x+1 = 0 \vee x-6 = 0$
 $x = -1 \vee x = 6$
 Dus $E(-1, 0)$ en $F(6, 0)$.

53 $y = x^2 - 5x + c$ door $A(-2, 0)$ geeft $(-2)^2 - 5 \cdot -2 + c = 0$
 $4 + 10 + c = 0$
 $c = -14$

Dit geeft de parabool $y = x^2 - 5x - 14$.

$$x^2 - 5x - 14 = 0$$

$$(x + 2)(x - 7) = 0$$

$$x + 2 = 0 \vee x - 7 = 0$$

$$x = -2 \vee x = 7$$

Dus $B(7, 0)$ en $AB = 7 - (-2) = 9$.

7.5 Kwadratische vergelijkingen oplossen

Bladzijde 120

54 $A = 2$ en $B = 6$ geeft $2 \cdot 6 = 12$
 $A = 3$ en $B = 4$ geeft $3 \cdot 4 = 12$
 $A = -1$ en $B = -12$ geeft $-1 \cdot -12 = 12$
 $A = -24$ en $B = -\frac{1}{2}$ geeft $-24 \cdot -\frac{1}{2} = 12$

Bladzijde 121

55 a $x^2 + 5x = 2x + 4$
 $-4 \quad -4$
 $x^2 + 5x - 4 = 2x$
 $-2x \quad -2x$
 $x^2 + 3x - 4 = 0$
 $(x - 1)(x + 4) = 0$
 $x - 1 = 0 \vee x + 4 = 0$
 $x = 1 \vee x = -4$

b $x^2 - 7x - 7 = 3 - 4x$
 $-3 \quad -3$
 $x^2 - 7x - 10 = -4x$
 $+4x \quad +4x$
 $x^2 - 3x - 10 = 0$
 $(x + 2)(x - 5) = 0$
 $x + 2 = 0 \vee x - 5 = 0$
 $x = -2 \vee x = 5$

c $2x^2 - 2x + 1 = x^2 + 3x - 5$
 $+5 \quad +5$
 $2x^2 - 2x + 6 = x^2 + 3x$
 $-3x \quad -3x$
 $2x^2 - 5x + 6 = x^2$
 $-x^2 \quad -x^2$
 $x^2 - 5x + 6 = 0$
 $(x - 2)(x - 3) = 0$
 $x - 2 = 0 \vee x - 3 = 0$
 $x = 2 \vee x = 3$

56 a $x^2 + 3x = 10$
 $-10 \quad -10$
 $x^2 + 3x - 10 = 0$
 $(x - 2)(x + 5) = 0$
 $x - 2 = 0 \vee x + 5 = 0$
 $x = 2 \vee x = -5$
b $x^2 - x = 12$
 $-12 \quad -12$
 $x^2 - x - 12 = 0$
 $(x + 3)(x - 4) = 0$
 $x + 3 = 0 \vee x - 4 = 0$
 $x = -3 \vee x = 4$

c $x^2 = 5x$
 $-5x \quad -5x$
 $x^2 - 5x = 0$
 $x(x - 5) = 0$
 $x = 0 \vee x - 5 = 0$
 $x = 0 \vee x = 5$
d $x^2 - 5 = 4x$
 $-4x \quad -4x$
 $x^2 - 4x - 5 = 0$
 $(x + 1)(x - 5) = 0$
 $x + 1 = 0 \vee x - 5 = 0$
 $x = -1 \vee x = 5$

e $x^2 + 18 = 19$
 $-18 \quad -18$
 $x^2 = 1$
 $x = 1 \vee x = -1$
f $x^2 - 3x = 18$
 $-18 \quad -18$
 $x^2 - 3x - 18 = 0$
 $(x + 3)(x - 6) = 0$
 $x + 3 = 0 \vee x - 6 = 0$
 $x = -3 \vee x = 6$

57 a $x^2 + 3x = 5x$
 $-5x \quad -5x$
 $x^2 - 2x = 0$
 $x(x - 2) = 0$
 $x = 0 \vee x - 2 = 0$
 $x = 0 \vee x = 2$
b $x^2 + 4 = 9x - 4$
 $-9x \quad -9x$
 $x^2 - 9x + 4 = -4$
 $+4 \quad +4$
 $x^2 - 9x + 8 = 0$
 $(x - 1)(x - 8) = 0$
 $x - 1 = 0 \vee x - 8 = 0$
 $x = 1 \vee x = 8$

c $3x(x - 1) = 0$
 $3x = 0 \vee x - 1 = 0$
 $x = 0 \vee x = 1$
d $x^2 = x + 2$
 $-x \quad -x$
 $x^2 - x = 2$
 $-2 \quad -2$
 $x^2 - x - 2 = 0$
 $(x + 1)(x - 2) = 0$
 $x + 1 = 0 \vee x - 2 = 0$
 $x = -1 \vee x = 2$

e $x^2 + 5x + 6 = 6$
 $-6 \quad -6$
 $x^2 + 5x = 0$
 $x(x + 5) = 0$
 $x = 0 \vee x + 5 = 0$
 $x = 0 \vee x = -5$
f $x^2 + 3x + 1 = 29$
 $-29 \quad -29$
 $x^2 + 3x - 28 = 0$
 $(x - 4)(x + 7) = 0$
 $x - 4 = 0 \vee x + 7 = 0$
 $x = 4 \vee x = -7$

58 a $x^2 - 7x = 18$
 $-18 \quad -18$
 $x^2 - 7x - 18 = 0$
 $(x+2)(x-9) = 0$
 $x+2 = 0 \vee x-9 = 0$
 $x = -2 \vee x = 9$

b $x^2 - 7x = 2x$
 $-2x \quad -2x$
 $x^2 - 9x = 0$
 $x(x-9) = 0$
 $x = 0 \vee x-9 = 0$
 $x = 0 \vee x = 9$

c $x^2 - 5x = 2x + 8$
 $-2x \quad -2x$
 $x^2 - 7x = 8$
 $-8 \quad -8$
 $x^2 - 7x - 8 = 0$
 $(x+1)(x-8) = 0$
 $x+1 = 0 \vee x-8 = 0$
 $x = -1 \vee x = 8$

d $(x-7)(2x-1) = 0$
 $x-7 = 0 \vee 2x-1 = 0$
 $x = 7 \vee 2x = 1$
 $x = 7 \vee x = \frac{1}{2}$

e $4x^2 + 7x = 7x + 36$
 $-7x \quad -7x$
 $4x^2 = 36$
 $:4 \quad :4$
 $x^2 = 9$
 $x = 3 \vee x = -3$

f $x^2 + 3x - 14 = 10x + 16$
 $-10x \quad -10x$
 $x^2 - 7x - 14 = 16$
 $-16 \quad -16$
 $x^2 - 7x - 30 = 0$
 $(x+3)(x-10) = 0$
 $x+3 = 0 \vee x-10 = 0$
 $x = -3 \vee x = 10$

59 $x = -5$ is een oplossing van $x^2 + bx - 7 = 3 - 4x$, dus
 $(-5)^2 + b \cdot -5 - 7 = 3 - 4 \cdot -5$
 $25 - 5b - 7 = 3 + 20$
 $18 - 5b = 23$
 $-18 \quad -18$
 $-5b = 5$
 $: -5 \quad : -5$
 $b = -1$

Dit geeft $x^2 - x - 7 = 3 - 4x$
 $+4x \quad +4x$
 $x^2 + 3x - 7 = 3$
 $-3 \quad -3$
 $x^2 + 3x - 10 = 0$
 $(x-2)(x+5) = 0$
 $x-2 = 0 \vee x+5 = 0$
 $x = 2 \vee x = -5$

De andere oplossing is dus $x = 2$.

60 a $x^2 = -x + 2$
 $+x \quad +x$
 $x^2 + x = 2$
 $-2 \quad -2$
 $x^2 + x - 2 = 0$
 $(x-1)(x+2) = 0$
 $x-1 = 0 \vee x+2 = 0$
 $x = 1 \vee x = -2$

Dus de x -coördinaat van A is -2 en de x -coördinaat van B is 1 .

b $x = -2$ geeft $y = (-2)^2 = 4$, dus de y -coördinaat van A is 4 .
 $x = 1$ geeft $y = 1^2 = 1$, dus de y -coördinaat van B is 1 .

61 $x^2 - 3 = 2x$
 $-2x \quad -2x$
 $x^2 - 2x - 3 = 0$
 $(x+1)(x-3) = 0$
 $x+1 = 0 \vee x-3 = 0$
 $x = -1 \vee x = 3$
 $x = -1$ geeft $y = 2 \cdot -1 = -2$
 $x = 3$ geeft $y = 2 \cdot 3 = 6$
Dus de snijpunten zijn $(-1, -2)$ en $(3, 6)$.

62 a $x^2 - 3x = 2x - 4$
 $\quad - 2x \quad - 2x$
 $x^2 - 5x = -4$
 $\quad + 4 \quad + 4$
 $x^2 - 5x + 4 = 0$
 $(x - 1)(x - 4) = 0$
 $x - 1 = 0 \vee x - 4 = 0$
 $x = 1 \vee x = 4$
 $x = 1$ geeft $y = 2 \cdot 1 - 4 = 2 - 4 = -2$, dus $A(1, -2)$.
 $x = 4$ geeft $y = 2 \cdot 4 - 4 = 8 - 4 = 4$, dus $B(4, 4)$.

b $x^2 - 3x = 10$
 $\quad - 10 \quad - 10$
 $x^2 - 3x - 10 = 0$
 $(x + 2)(x - 5) = 0$
 $x + 2 = 0 \vee x - 5 = 0$
 $x = -2 \vee x = 5$
Dus $CD = 5 - (-2) = 7$.

63 Invullen van $x = 1$ in $x^2 + 2x = ax + 5$ geeft

$$1^2 + 2 \cdot 1 = a \cdot 1 + 5$$

$$3 = a + 5$$

$$a = -2$$

Dit geeft $y = -2x + 5$.

Je krijgt nu de vergelijking

$$x^2 + 2x = -2x + 5$$

$$\quad + 2x \quad + 2x$$

$$x^2 + 4x = 5$$

$$\quad - 5 \quad - 5$$

$$x^2 + 4x - 5 = 0$$

$$(x - 1)(x + 5) = 0$$

$$x - 1 = 0 \vee x + 5 = 0$$

$$x = 1 \vee x = -5$$

$$x = -5 \text{ geeft } y = (-5)^2 + 2 \cdot -5 = 25 - 10 = 15, \text{ dus } B(-5, 15).$$

Bladzijde 122

64 a $2x^2 + 8x - 10 = 0$
 $x^2 + 4x - 5 = 0$
 $(x - 1)(x + 5) = 0$
 $x - 1 = 0 \vee x + 5 = 0$
 $x = 1 \vee x = -5$

b $8x^2 + 8x = 16$
 $\quad - 16 \quad - 16$
 $8x^2 + 8x - 16 = 0$
 $x^2 + x - 2 = 0$
 $(x - 1)(x + 2) = 0$
 $x - 1 = 0 \vee x + 2 = 0$
 $x = 1 \vee x = -2$

c $0,5x^2 = 4x + 10$
 $\quad - 4x \quad - 4x$
 $0,5x^2 - 4x = 10$
 $\quad - 10 \quad - 10$
 $0,5x^2 - 4x - 10 = 0$
 $x^2 - 8x - 20 = 0$
 $(x + 2)(x - 10) = 0$
 $x + 2 = 0 \vee x - 10 = 0$
 $x = -2 \vee x = 10$

d $-5x^2 + 25x = -70$
 $\quad + 70 \quad + 70$
 $-5x^2 + 25x + 70 = 0$
 $x^2 - 5x - 14 = 0$
 $(x + 2)(x - 7) = 0$
 $x + 2 = 0 \vee x - 7 = 0$
 $x = -2 \vee x = 7$

e $64 - 4x^2 = 0$
 $-4x^2 = -64$
 $x^2 = 16$
 $x = 4 \vee x = -4$

f $3x^2 - 12x = 63$
 $\quad - 63 \quad - 63$
 $3x^2 - 12x - 63 = 0$
 $x^2 - 4x - 21 = 0$
 $(x + 3)(x - 7) = 0$
 $x + 3 = 0 \vee x - 7 = 0$
 $x = -3 \vee x = 7$

65 a $x(x - 6) = 7$
 $x^2 - 6x = 7$
 $\quad -7 \quad -7$
 $x^2 - 6x - 7 = 0$
 $(x + 1)(x - 7) = 0$
 $x + 1 = 0 \vee x - 7 = 0$
 $x = -1 \vee x = 7$

- b** Bij $x(x - 6) = 0$ is al ontbonden in factoren en het rechterlid is 0.
 Je kunt dus direct $A \cdot B = 0$ geeft $A = 0 \vee B = 0$ toepassen.

66 a $x(x + 6) = 16$
 $x^2 + 6x = 16$
 $\quad -16 \quad -16$
 $x^2 + 6x - 16 = 0$
 $(x - 2)(x + 8) = 0$
 $x - 2 = 0 \vee x + 8 = 0$
 $x = 2 \vee x = -8$

b $x(x + 6) = 5x$
 $x^2 + 6x = 5x$
 $\quad -5x \quad -5x$
 $x^2 + x = 0$
 $x(x + 1) = 0$
 $x = 0 \vee x + 1 = 0$
 $x = 0 \vee x = -1$

c $(x + 3)(x - 8) = 0$
 $x + 3 = 0 \vee x - 8 = 0$
 $x = -3 \vee x = 8$

d $(x + 1)(x + 5) = 5$
 $x^2 + 5x + x + 5 = 5$
 $x^2 + 6x + 5 = 5$
 $\quad -5 \quad -5$
 $x^2 + 6x = 0$
 $x(x + 6) = 0$
 $x = 0 \vee x + 6 = 0$
 $x = 0 \vee x = -6$

e $(x + 1)(x - 3) = 12$
 $x^2 - 3x + x - 3 = 12$
 $x^2 - 2x - 3 = 12$
 $\quad -12 \quad -12$
 $x^2 - 2x - 15 = 0$
 $(x + 3)(x - 5) = 0$
 $x + 3 = 0 \vee x - 5 = 0$
 $x = -3 \vee x = 5$

f $(2x + 1)(x - 1) = 0$
 $2x + 1 = 0 \vee x - 1 = 0$
 $2x = -1 \vee x = 1$
 $x = -\frac{1}{2} \vee x = 1$

67 a $(x - 2)(x + 2) = 3x$
 $x^2 - 4 = 3x$
 $\quad -3x \quad -3x$
 $x^2 - 3x - 4 = 0$
 $(x + 1)(x - 4) = 0$
 $x + 1 = 0 \vee x - 4 = 0$
 $x = -1 \vee x = 4$

b $(x + 3)(x - 1) = 32$
 $x^2 - x + 3x - 3 = 32$
 $x^2 + 2x - 3 = 32$
 $\quad -32 \quad -32$
 $x^2 + 2x - 35 = 0$
 $(x - 5)(x + 7) = 0$
 $x - 5 = 0 \vee x + 7 = 0$
 $x = 5 \vee x = -7$

c $(x + 3)^2 = 16x$
 $x^2 + 6x + 9 = 16x$
 $\quad -16x \quad -16x$
 $x^2 - 10x + 9 = 0$
 $(x - 1)(x - 9) = 0$
 $x - 1 = 0 \vee x - 9 = 0$
 $x = 1 \vee x = 9$

d $x(x - 5) = 14$
 $x^2 - 5x = 14$
 $\quad -14 \quad -14$
 $x^2 - 5x - 14 = 0$
 $(x + 2)(x - 7) = 0$
 $x + 2 = 0 \vee x - 7 = 0$
 $x = -2 \vee x = 7$

e $(3x + 9)(x - 1) = 0$
 $3x + 9 = 0 \vee x - 1 = 0$
 $3x = -9 \vee x = 1$
 $x = -3 \vee x = 1$

f $3x(x - 6) = 9x$
 $3x^2 - 18x = 9x$
 $\quad -9x \quad -9x$
 $3x^2 - 27x = 0$
 $3x(x - 9) = 0$
 $3x = 0 \vee x - 9 = 0$
 $x = 0 \vee x = 9$

68 a $(x+1)^2 + (x+3)^2 = 34$
 $x^2 + 2x + 1 + x^2 + 6x + 9 = 34$
 $2x^2 + 8x + 10 = 34$
 $\quad -34 \quad -34$
 $2x^2 + 8x - 24 = 0$
 $x^2 + 4x - 12 = 0$
 $(x-2)(x+6) = 0$
 $x-2 = 0 \vee x+6 = 0$
 $x = 2 \vee x = -6$

b $(2x+3)^2 = 4x + 69$
 $4x^2 + 12x + 9 = 4x + 69$
 $\quad -4x \quad -4x$
 $4x^2 + 8x + 9 = 69$
 $\quad -69 \quad -69$
 $4x^2 + 8x - 60 = 0$
 $x^2 + 2x - 15 = 0$
 $(x-3)(x+5) = 0$
 $x-3 = 0 \vee x+5 = 0$
 $x = 3 \vee x = -5$

c $10x^2 - 390x = 400$
 $\quad -400 \quad -400$
 $10x^2 - 390x - 400 = 0$
 $x^2 - 39x - 40 = 0$
 $(x+1)(x-40) = 0$
 $x+1 = 0 \vee x-40 = 0$
 $x = -1 \vee x = 40$

d $\frac{1}{2}x(x-4) = 1\frac{1}{2}x$
 $\frac{1}{2}x^2 - 2x = 1\frac{1}{2}x$
 $\quad -1\frac{1}{2}x \quad -1\frac{1}{2}x$
 $\frac{1}{2}x^2 - 3\frac{1}{2}x = 0$
 $x^2 - 7x = 0$
 $x(x-7) = 0$
 $x = 0 \vee x-7 = 0$
 $x = 0 \vee x = 7$

7.6 Kwadratische vergelijkingen toepassen

Bladzijde 123

69 a opp II = $10 \cdot x = 10x$
 opp III = $x \cdot x = x^2$

b opp tegelpad = opp I + opp II + opp III = $5x + 10x + x^2 = x^2 + 15x$

c $x^2 + 15x = 34$
 $\quad -34 \quad -34$
 $x^2 + 15x - 34 = 0$
 $(x-2)(x+17) = 0$
 $x-2 = 0 \vee x+17 = 0$
 $x = 2 \vee x = -17$

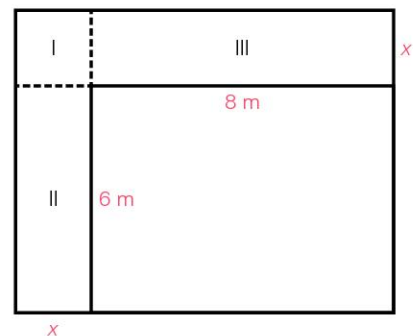
d Het tegelpad is 2 meter breed.

Bladzijde 124

70 a opp tegelpad = opp I + opp II + opp III =
 $x^2 + 6x + 8x = x^2 + 14x$

b Hieruit volgt de vergelijking $x^2 + 14x = 32$.

c $x^2 + 14x = 32$
 $\quad -32 \quad -32$
 $x^2 + 14x - 32 = 0$
 $(x-2)(x+16) = 0$
 $x-2 = 0 \vee x+16 = 0$
 $x = 2 \vee x = -16$
 De breedte van het tegelpad is 2 meter.



71 a Uit de gegevens volgt de vergelijking $x(x+2) = 24$.

b $x(x+2) = 24$
 $x^2 + 2x = 24$
 $\quad -24 \quad -24$
 $x^2 + 2x - 24 = 0$
 $(x-4)(x+6) = 0$
 $x-4 = 0 \vee x+6 = 0$
 $x = 4 \vee x = -6$

c De breedte van het terras is 4 meter en de lengte is $4 + 2 = 6$ meter.

- 72 a** Stel de breedte is x meter, dan is de lengte $x + 5$ meter.

Uit de gegevens volgt de vergelijking $x(x + 5) = 126$.

b $x(x + 5) = 126$

$$x^2 + 5x = 126$$

$$\quad - 126 \quad - 126$$

$$x^2 + 5x - 126 = 0$$

$$(x - 9)(x + 14) = 0$$

$$x - 9 = 0 \vee x + 14 = 0$$

$$x = 9 \vee x = -14$$

Het bassin is 9 meter breed en $9 + 5 = 14$ meter lang.

73 opp I = x^2

opp II = $12x$

opp III = $4x$

opp border = $4 \cdot \text{opp I} + 2 \cdot \text{opp II} + 2 \cdot \text{opp III}$

$$= 4 \cdot x^2 + 2 \cdot 12x + 2 \cdot 4x$$

$$= 4x^2 + 24x + 8x = 4x^2 + 32x$$

$$4x^2 + 32x = 80$$

$$\quad - 80 \quad - 80$$

$$4x^2 + 32x - 80 = 0$$

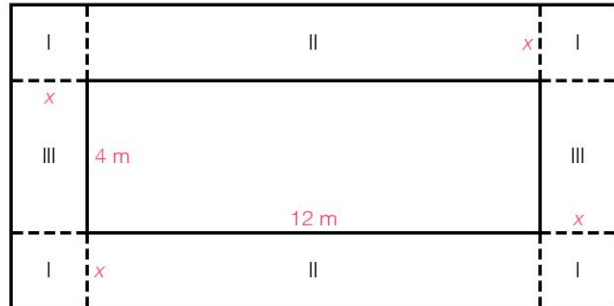
$$x^2 + 8x - 20 = 0$$

$$(x - 2)(x + 10) = 0$$

$$x - 2 = 0 \vee x + 10 = 0$$

$$x = 2 \vee x = -10$$

De breedte van de border is 2 meter.



- 74** Via Marius naar school is $10 + 4 = 14$ km.

De afstand van Marius naar school is x km, dus van Thomas naar Marius is het $14 - x$ km.

De stelling van Pythagoras geeft

$$x^2 + (14 - x)^2 = 10^2$$

$$x^2 + 196 - 28x + x^2 = 100$$

$$2x^2 - 28x + 196 = 100$$

$$\quad - 100 \quad - 100$$

$$2x^2 - 28x + 96 = 0$$

$$x^2 - 14x + 48 = 0$$

$$(x - 6)(x - 8) = 0$$

$$x - 6 = 0 \vee x - 8 = 0$$

$$x = 6 \vee x = 8$$

Er zijn dus twee mogelijkheden.

Marius woont 6 km van school en Thomas woont $14 - 6 = 8$ km van Marius.

Marius woont 8 km van school en Thomas woont $14 - 8 = 6$ km van Marius.

Bladzijde 125

75 $AB + BC + CD = 36$

$$x + BC + x = 36$$

$$2x + BC = 36$$

$$\quad - 2x \quad - 2x$$

$$BC = 36 - 2x$$

Er geldt $x(36 - 2x) = 130$

$$36x - 2x^2 = 130$$

$$\quad - 130 \quad - 130$$

$$36x - 2x^2 - 130 = 0$$

$$- 2x^2 + 36x - 130 = 0$$

$$x^2 - 18x + 65 = 0$$

$$(x - 5)(x - 13) = 0$$

$$x - 5 = 0 \vee x - 13 = 0$$

$$x = 5 \vee x = 13$$

Er zijn twee mogelijkheden.

$AB = CD = 5$ meter en $BC = 36 - 2 \cdot 5 = 36 - 10 = 26$ meter.

$AB = CD = 13$ meter en $BC = 36 - 2 \cdot 13 = 36 - 26 = 10$ meter.

76 Zie de figuur hiernaast.

De stelling van Pythagoras geeft

$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$

$$x^2 + (x+7)^2 = (2x+3)^2$$

$$x^2 + x^2 + 14x + 49 = 4x^2 + 12x + 9$$

$$2x^2 + 14x + 49 = 4x^2 + 12x + 9$$

$$\color{red}{-4x^2} \qquad \qquad \color{red}{-4x^2}$$

$$-2x^2 + 14x + 49 = 12x + 9$$

$$\color{red}{-12x} \qquad \qquad \color{red}{-12x}$$

$$-2x^2 + 2x + 49 = 9$$

$$\color{red}{-9} \qquad \color{red}{-9}$$

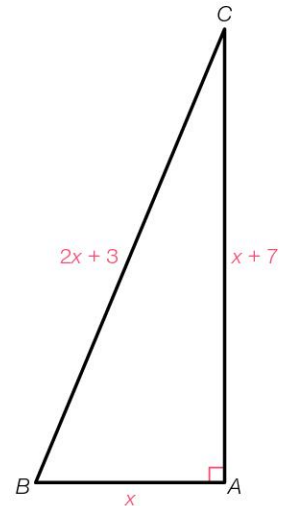
$$-2x^2 + 2x + 40 = 0$$

$$x^2 - x - 20 = 0$$

$$(x+4)(x-5) = 0$$

$$x+4=0 \vee x-5=0$$

$$x=-4 \vee x=5$$

Dus $x=5$.**77** a Zie de figuur hiernaast.De stelling van Pythagoras in $\triangle ACD$ geeft

$$AD^2 + CD^2 = AC^2$$

$$(2x)^2 + (3x-2)^2 = (3x+2)^2$$

$$4x^2 + 9x^2 - 12x + 4 = 9x^2 + 12x + 4$$

$$13x^2 - 12x + 4 = 9x^2 + 12x + 4$$

$$\color{red}{-9x^2} \qquad \qquad \color{red}{-9x^2}$$

$$4x^2 - 12x + 4 = 12x + 4$$

$$\color{red}{-12x} \qquad \qquad \color{red}{-12x}$$

$$4x^2 - 24x + 4 = 4$$

$$\color{red}{-4} \qquad \color{red}{-4}$$

$$4x^2 - 24x = 0$$

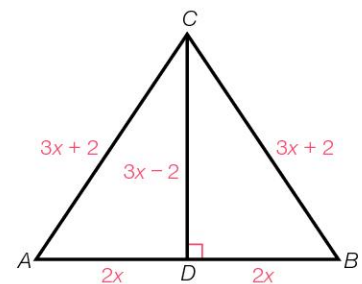
$$4x(x-6) = 0$$

$$4x=0 \vee x-6=0$$

$$x=0 \vee x=6$$

 $x=0$ geeft $AD = 2 \cdot 0 = 0$ en dat kan niet.Dus $x=6$.**b** $x=6$ geeft $AB = 4 \cdot 6 = 24$ en $CD = 3 \cdot 6 - 2 = 16$.

$$\text{opp } \triangle ABC = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot CD = \frac{1}{2} \cdot 24 \cdot 16 = 192$$

**78** a Noem de getallen $15-a$ en $15+a$.Dan is $(15-a)(15+a) = 104$

$$225 - a^2 = 104$$

$$\color{red}{-104} \qquad \qquad \color{red}{-104}$$

$$121 - a^2 = 0$$

$$(11-a)(11+a) = 0$$

$$11-a=0 \vee 11+a=0$$

$$a=11 \vee a=-11$$

De gezochte getallen zijn $15-11=4$ en $15+11=26$ **b** Noem de getallen $23-a$ en $23+a$.Dan is $(23-a)(23+a) = 304$

$$529 - a^2 = 304$$

$$\color{red}{-304} \qquad \qquad \color{red}{-304}$$

$$225 - a^2 = 0$$

$$(15-a)(15+a) = 0$$

$$15-a=0 \vee 15+a=0$$

$$a=15 \vee a=-15$$

De gezochte getallen zijn $23-15=8$ en $23+15=38$.

Gemengde opgaven

Bladzijde 126

- 1**
- a** $5x^2 - 6x = x(5x - 6)$
b $4x^2 - 24x + 20 = 4(x^2 - 6x + 5) = 4(x - 1)(x - 5)$
c $25x^2 - 49 = (5x - 7)(5x + 7)$
d $5ax - 25bx = 5x(a - 5b)$
e $16x^2 + 4x = 4x(4x + 1)$
f $8x^3y + 4x^2y^2 - 12xy^3 = 4xy(x^2 + xy - 3y^2)$
g $x^2 - 3x + 2 = (x - 1)(x - 2)$
h $2x - x^2 = x(2 - x)$
i $x^4 - x^2 = x^2(x^2 - 1) = x^2(x - 1)(x + 1)$
- 2**
- a** $49x^2 - 70x + 25 = (7x - 5)^2$
b $3x^2 + 54x + 243 = 3(x^2 + 18x + 81) = 3(x + 9)^2$
c $x^4 - 10x^2 + 9 = (x^2 - 1)(x^2 - 9) = (x - 1)(x + 1)(x - 3)(x + 3)$
d $4x^4 - 24x^2 - 108 = 4(x^4 - 6x^2 - 27) = 4(x^2 + 3)(x^2 - 9) = 4(x^2 + 3)(x - 3)(x + 3)$
e $5x^8 + 15x^4 - 20 = 5(x^8 + 3x^4 - 4) = 5(x^4 + 4)(x^4 - 1) = 5(x^4 + 4)(x^2 + 1)(x^2 - 1) = 5(x^4 + 4)(x^2 + 1)(x + 1)(x - 1)$
f $3x^5 - 39x^3 + 108x = 3x(x^4 - 13x^2 + 36) = 3x(x^2 - 4)(x^2 - 9) = 3x(x - 2)(x + 2)(x - 3)(x + 3)$
- 3**
- a** $x^2 - 81 = 0$
 $+ 81 \quad + 81$
 $x^2 = 81$
 $x = 9 \vee x = -9$
b $x^2 + 81 = 0$
 $- 81 \quad - 81$
 $x^2 = -81$
geen oplossing
c $x^2 + 81x = 0$
 $x(x + 81) = 0$
 $x = 0 \vee x + 81 = 0$
 $x = 0 \vee x = -81$
d $x^2 + 81x + 80 = 0$
 $(x + 1)(x + 80) = 0$
 $x + 1 = 0 \vee x + 80 = 0$
 $x = -1 \vee x = -80$
e $x^2 - 80x - 81 = 0$
 $(x + 1)(x - 81) = 0$
 $x + 1 = 0 \vee x - 81 = 0$
 $x = -1 \vee x = 81$
f $x^2 - 18x + 81 = 0$
 $(x - 9)(x - 9) = 0$
 $x - 9 = 0 \vee x - 9 = 0$
 $x = 9$
g $(x + 1)(x - 81) = 0$
 $x + 1 = 0 \vee x - 81 = 0$
 $x = -1 \vee x = 81$
h $x(x + 81) = 0$
 $x = 0 \vee x + 81 = 0$
 $x = 0 \vee x = -81$
i $x^2 - 18x + 18 = 81$
 $- 81 \quad - 81$
 $x^2 - 18x - 63 = 0$
 $(x + 3)(x - 21) = 0$
 $x + 3 = 0 \vee x - 21 = 0$
 $x = -3 \vee x = 21$
- 4**
- a** $(2x - 1)(6x + 3) = 0$
 $2x - 1 = 0 \vee 6x + 3 = 0$
 $2x = 1 \vee 6x = -3$
 $x = \frac{1}{2} \vee x = -\frac{1}{2}$
b $3a^2 + 1 = 28$
 $- 1 \quad - 1$
 $3a^2 = 27$
 $: 3 \quad : 3$
 $a^2 = 9$
 $a = 3 \vee a = -3$
c $5a^2 - 20a = 0$
 $5a(a - 4) = 0$
 $5a = 0 \vee a - 4 = 0$
 $a = 0 \vee a = 4$
d $p^2 + 21 = 10p - 4$
 $- 10p \quad - 10p$
 $p^2 - 10p + 21 = -4$
 $+ 4 \quad + 4$
 $p^2 - 10p + 25 = 0$
 $(p - 5)(p - 5) = 0$
 $p - 5 = 0 \vee p - 5 = 0$
 $p = 5$
e $144 - 49q^2 = 0$
 $- 144 \quad - 144$
 $- 49q^2 = -144$
 $: -49 \quad : -49$
 $q^2 = \frac{144}{49}$
 $q = \frac{12}{7} = 1\frac{5}{7} \vee q = -\frac{12}{7} = -1\frac{5}{7}$
f $p^2 + 14p = 32$
 $- 32 \quad - 32$
 $p^2 + 14p - 32 = 0$
 $(p - 2)(p + 16) = 0$
 $p - 2 = 0 \vee p + 16 = 0$
 $p = 2 \vee p = -16$
g $x^2 + 40 = 3x + 50$
 $- 3x \quad - 3x$
 $x^2 - 3x + 40 = 50$
 $- 50 \quad - 50$
 $x^2 - 3x - 10 = 0$
 $(x + 2)(x - 5) = 0$
 $x + 2 = 0 \vee x - 5 = 0$
 $x = -2 \vee x = 5$
h $a^2 = 3a + 4$
 $- 3a \quad - 3a$
 $a^2 - 3a = 4$
 $- 4 \quad - 4$
 $a^2 - 3a - 4 = 0$
 $(a + 1)(a - 4) = 0$
 $a + 1 = 0 \vee a - 4 = 0$
 $a = -1 \vee a = 4$
i $0,1(x - 4)^2 = 40$
 $\times 10 \quad \times 10$
 $(x - 4)^2 = 400$
 $x - 4 = 20 \vee x - 4 = -20$
 $x = 24 \vee x = -16$

5 a $\frac{1}{3}x^2 - 2x = 0$

$$x(\frac{1}{3}x - 2) = 0$$

$$x = 0 \vee \frac{1}{3}x - 2 = 0$$

$$x = 0 \vee \frac{1}{3}x = 2$$

$$x = 0 \vee x = 6$$

$$\text{Dus } OP = 6 - 0 = 6.$$

b $x^2 - x - 6 = 0$

$$(x + 2)(x - 3) = 0$$

$$x + 2 = 0 \vee x - 3 = 0$$

$$x = -2 \vee x = 3$$

$$\text{Dus } QR = 3 - (-2) = 3 + 2 = 5.$$

6 inhoud doosje = oppervlakte grondvlak · hoogte geeft

$$x \cdot (x + 3) \cdot 1 = 88$$

$$x^2 + 3x = 88$$

$$-88 \quad -88$$

$$x^2 + 3x - 88 = 0$$

$$(x - 8)(x + 11) = 0$$

$$x - 8 = 0 \vee x + 11 = 0$$

$$x = 8 \vee x = -11$$

Het doosje heeft de afmetingen lengte = $8 + 3 = 11$ cm, breedte = 8 cm en hoogte = 1 cm.

Bladzijde 127

7 a $x = 0$ geeft $h = 0,00025 \cdot 0^2 + 40 = 0 + 40 = 40$

Het wegdek is 40 meter boven het wateroppervlak.

b Hierbij hoort de vergelijking $0,00025x^2 + 40 = 162,5$.

$$0,00025x^2 + 40 = 162,5$$

$$-40 \quad -40$$

$$0,00025x^2 = 122,5$$

$$: 0,00025 \quad : 0,00025$$

$$x^2 = 490000$$

$$x = \sqrt{490000} = 700 \vee x = -\sqrt{490000} = -700$$

c De pylonen staan $700 - (-700) = 1400$ meter uit elkaar.

d De hoogte van het spandoek boven het wateroppervlak is $40 + 80 = 120$ meter, dus los op

$$0,00025x^2 + 40 = 120$$

$$-40 \quad -40$$

$$0,00025x^2 = 80$$

$$: 0,00025 \quad : 0,00025$$

$$x^2 = 320000$$

$$x = \sqrt{320000} = 565,6... \vee x = -\sqrt{320000} = -565,6...$$

Het spandoek is $565,6... - (-565,6...) \approx 1131$ meter breed.

8 a $(x + 3)(x - 7) = 11$

$$x^2 - 7x + 3x - 21 = 11$$

$$-11 \quad -11$$

$$x^2 - 4x - 32 = 0$$

$$(x + 4)(x - 8) = 0$$

$$x + 4 = 0 \vee x - 8 = 0$$

$$x = -4 \vee x = 8$$

b $3x^2 + 15x = 18$

$$-18 \quad -18$$

$$3x^2 + 15x - 18 = 0$$

$$x^2 + 5x - 6 = 0$$

$$(x - 1)(x + 6) = 0$$

$$x - 1 = 0 \vee x + 6 = 0$$

$$x = 1 \vee x = -6$$

c $(x + 6)^2 + x^2 = 20$

$$x^2 + 12x + 36 + x^2 = 20$$

$$-20 \quad -20$$

$$2x^2 + 12x + 16 = 0$$

$$x^2 + 6x + 8 = 0$$

$$(x + 2)(x + 4) = 0$$

$$x + 2 = 0 \vee x + 4 = 0$$

$$x = -2 \vee x = -4$$

d $(x - 5)^2 = 16$

$$x - 5 = 4 \vee x - 5 = -4$$

$$x = 9 \vee x = 1$$

e $(3x - 1)(x + 3) = 0$

$$3x - 1 = 0 \vee x + 3 = 0$$

$$3x = 1 \vee x = -3$$

$$x = \frac{1}{3} \vee x = -3$$

f $5x(2x - 15) = 30x$

$$10x^2 - 75x = 30x$$

$$-30x \quad -30x$$

$$10x^2 - 105x = 0$$

$$5x(2x - 21) = 0$$

$$5x = 0 \vee 2x - 21 = 0$$

$$x = 0 \vee 2x = 21$$

$$x = 0 \vee x = 10\frac{1}{2}$$

g $3(x-5)^2 = 48x$

: 3 **: 3**

$$(x-5)^2 = 16x$$

$$x^2 - 10x + 25 = 16x$$

- 16x **- 16x**

$$x^2 - 26x + 25 = 0$$

$$(x-1)(x-25) = 0$$

$$x-1 = 0 \vee x-25 = 0$$

$$x = 1 \vee x = 25$$

h $9 - \frac{1}{4}x^2 = 0$

- 9 **- 9**

$$-\frac{1}{4}x^2 = -9$$

$\times -4$ **$\times -4$**

$$x^2 = 36$$

$$x = 6 \vee x = -6$$

9 a $0,2(x+3)^2 - 1 = 6,2$

+ 1 **+ 1**

$$0,2(x+3)^2 = 7,2$$

$\times 5$ **$\times 5$**

$$(x+3)^2 = 36$$

$$x+3 = 6 \vee x+3 = -6$$

$$x = 3 \vee x = -9$$

b $5(x-2)^2 - 6 = 3(x-2)^2 - 4$

- 3(x-2)^2 **- 3(x-2)^2**

$$2(x-2)^2 - 6 = -4$$

+ 6 **+ 6**

$$2(x-2)^2 = 2$$

: 2 **: 2**

$$(x-2)^2 = 1$$

$$x-2 = 1 \vee x-2 = -1$$

$$x = 3 \vee x = 1$$

10 a $x^2 - 4x = 2x - 5$

- 2x **- 2x**

$$x^2 - 6x = -5$$

+ 5 **+ 5**

$$x^2 - 6x + 5 = 0$$

$$(x-1)(x-5) = 0$$

$$x-1 = 0 \vee x-5 = 0$$

$$x = 1 \vee x = 5$$

$$x = 1 \text{ geeft } y = 2 \cdot 1 - 5 = 2 - 5 = -3, \text{ dus } A(1, -3).$$

$$x = 5 \text{ geeft } y = 2 \cdot 5 - 5 = 10 - 5 = 5, \text{ dus } B(5, 5).$$

b De y-coördinaat van A is -3, dus los op $x^2 - 4x = -3$.

$$x^2 - 4x = -3$$

+ 3 **+ 3**

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$(x-1)(x-3) = 0$$

$$x-1 = 0 \vee x-3 = 0$$

$$x = 1 \vee x = 3$$

$$\text{Dus } AC = 3 - 1 = 2.$$

11 opp blauwe driehoeken = $6 \cdot 10 - 36 = 60 - 36 = 24 \text{ cm}^2$

$$\text{opp } \triangle BPQ + \text{opp } \triangle DRS = x \cdot (10 - x) = 10x - x^2 \text{ cm}^2$$

$$\text{opp } \triangle APS + \text{opp } \triangle CQR = x \cdot (6 - x) = 6x - x^2 \text{ cm}^2$$

$$\text{Dus opp blauwe driehoeken} = 10x - x^2 + 6x - x^2 = -2x^2 + 16x \text{ cm}^2.$$

$$-2x^2 + 16x = 24$$

- 24 **- 24**

$$-2x^2 + 16x - 24 = 0$$

$$x^2 - 8x + 12 = 0$$

$$(x-2)(x-6) = 0$$

$$x-2 = 0 \vee x-6 = 0$$

$$x = 2 \vee x = 6$$

$$\text{Omdat } AD = BC = 6 \text{ cm kan } x = 6 \text{ niet.}$$

$$\text{Dus } x = 2.$$

Diagnostische toets

Bladzijde 130

- 1 a** $5x^2 + 12 = 17$
 $-12 \quad -12$
 $5x^2 = 5$
 $:5 \quad :5$
 $x^2 = 1$
 $x = 1$ of $x = -1$
- b** $25 - x^2 = 16$
 $-25 \quad -25$
 $-x^2 = -9$
 $: -1 \quad : -1$
 $x^2 = 9$
 $x = 3$ of $x = -3$
- c** $0,25x^2 - 1 = 16$
 $+1 \quad +1$
 $0,25x^2 = 17$
 $: 0,25 \quad : 0,25$
 $x^2 = 68$
 $x = \sqrt{68}$ of $x = -\sqrt{68}$
 $x \approx 8,25$ of $x \approx -8,25$
- 2** $-2x^2 + 5 = -3$
 $-5 \quad -5$
 $-2x^2 = -8$
 $: -2 \quad : -2$
 $x^2 = 4$
 $x = 2$ of $x = -2$
 $x = -2$ geeft $A(-2, -3)$
 $x = 2$ geeft $B(2, -3)$
- 3 a** $2(x - 3)^2 + 5 = 7$
 $-5 \quad -5$
 $2(x - 3)^2 = 2$
 $: 2 \quad : 2$
 $(x - 3)^2 = 1$
 $x - 3 = 1$ of $x - 3 = -1$
 $x = 4$ of $x = 2$
- b** $\frac{1}{5}(x + 1)^2 - 1 = 4$
 $+1 \quad +1$
 $\frac{1}{5}(x + 1)^2 = 5$
 $\times 5 \quad \times 5$
 $(x + 1)^2 = 25$
 $x + 1 = 5$ of $x + 1 = -5$
 $x = 4$ of $x = -6$
- 4 a** $6x^2 + 9x = 3x(2x + 3)$
b $8pq + 2p = 2p(4q + 1)$
c $5x^2y - x = x(5xy - 1)$
- 5 a** $36x^2 - 24xy = 12x(3x - 2y)$
b $12x^6 - 4x^2 = 4x^2(3x^4 - 1)$
c $5x^2y + xy - 2xy^2 = xy(5x + 1 - 2y)$
- d** $9x^2 - 121 = (3x - 11)(3x + 11)$
e $a^3 - a = a(a^2 - 1) = a(a - 1)(a + 1)$
f $60abc - 12a^3c = 12ac(5b - a^2)$
- 6 a** $25a^2 + 20a + 4 = (5a + 2)^2$
b $(x^8 - 2x^4 + 1) = (x^4 - 1)^2 = ((x^2 - 1)(x^2 + 1))^2 = ((x - 1)(x + 1)(x^2 + 1))^2 = (x - 1)^2(x + 1)^2(x^2 + 1)^2$
c $3a^5 + 26a^3b + 108ab^2 = a(3a^4 + 26a^2b + 108b^2)$
- 7 a** $x^2 + 10x + 21 = (x + 3)(x + 7)$
b $x^2 + 10x - 24 = (x - 2)(x + 12)$
c $3x^2 - 4x = x(3x - 4)$
d $x^2 - 4x - 32 = (x + 4)(x - 8)$
e $x^2 - 8x - 48 = (x + 4)(x - 12)$
- f** $x^2 + x - 56 = (x - 7)(x + 8)$
g $2x^3 - 128x = 2x(x^2 - 64) = 2x(x - 8)(x + 8)$
h $3x^2 - 6x - 9 = 3(x^2 - 2x - 3) = 3(x + 1)(x - 3)$
i $x^3 + 9x^2 - 22x = x(x^2 + 9x - 22) = x(x - 2)(x + 11)$
- 8 a** Stel het viervoud is a , dus $a = 4k$.
 Stel het oneven getal is b , dus $b = 2n + 1$.
 Dan $a \cdot b = 4k \cdot (2n + 1) = 2 \cdot (2k \cdot (2n + 1))$.
 $\text{natuurlijk getal } p$
 Dus $a \cdot b$ heeft de vorm $2p$, dus $a \cdot b$ is even.

b Stel een oneven getal is $2k + 1$.

Dan is het kwadraat van een oneven getal $(2k + 1)^2 = 4k^2 + 4k + 1 = 2(\underbrace{2k^2 + 2k}_{\text{natuurlijk getal } p}) + 1$.

Het kwadraat van een oneven getal heeft de vorm $2p + 1$, dus het kwadraat van een oneven getal is oneven.

Bladzijde 131

- 9 a** $(x - 7)(2x + 8) = 0$
 $x - 7 = 0 \vee 2x + 8 = 0$
 $x = 7 \vee 2x = -8$
 $x = 7 \vee x = -4$
- b** $-5x(2x + 3) = 0$
 $-5x = 0 \vee 2x + 3 = 0$
 $x = 0 \vee 2x = -3$
 $x = 0 \vee x = -1\frac{1}{2}$
- c** $(3x - 15)(15x - 3) = 0$
 $3x - 15 = 0 \vee 15x - 3 = 0$
 $3x = 15 \vee 15x = 3$
 $x = 5 \vee x = \frac{1}{5}$
- 10 a** $x^2 + 9x + 14 = 0$
 $(x + 2)(x + 7) = 0$
 $x + 2 = 0 \vee x + 7 = 0$
 $x = -2 \vee x = -7$
- b** $x^2 - 6x = 0$
 $x(x - 6) = 0$
 $x = 0 \vee x - 6 = 0$
 $x = 0 \vee x = 6$
- c** $x^2 - 5x - 14 = 0$
 $(x + 2)(x - 7) = 0$
 $x + 2 = 0 \vee x - 7 = 0$
 $x = -2 \vee x = 7$
- d** $5x^2 - 20x = 0$
 $5x(x - 4) = 0$
 $5x = 0 \vee x - 4 = 0$
 $x = 0 \vee x = 4$
- e** $3x^2 + x = 0$
 $x(3x + 1) = 0$
 $x = 0 \vee 3x + 1 = 0$
 $x = 0 \vee 3x = -1$
 $x = 0 \vee x = -\frac{1}{3}$
- f** $x^2 - x - 30 = 0$
 $(x + 5)(x - 6) = 0$
 $x + 5 = 0 \vee x - 6 = 0$
 $x = -5 \vee x = 6$
- 11 a** $x^2 - 2x - 3 = 0$
 $(x + 1)(x - 3) = 0$
 $x + 1 = 0 \vee x - 3 = 0$
 $x = -1 \vee x = 3$
Dus $A(-1, 0)$ en $B(3, 0)$.
- b** $\frac{1}{3}x^2 + x = 0$
 $x(\frac{1}{3}x + 1) = 0$
 $x = 0 \vee \frac{1}{3}x + 1 = 0$
 $x = 0 \vee \frac{1}{3}x = -1$
 $x = 0 \vee x = -3$
Dus $C(-3, 0)$ en $O(0, 0)$.
- 12 a** $x^2 - 7x = 8$
 $-8 \quad -8$
 $x^2 - 7x - 8 = 0$
 $(x + 1)(x - 8) = 0$
 $x + 1 = 0 \vee x - 8 = 0$
 $x = -1 \vee x = 8$
- b** $x^2 = 7x$
 $-7x \quad -7x$
 $x^2 - 7x = 0$
 $x(x - 7) = 0$
 $x = 0 \vee x - 7 = 0$
 $x = 0 \vee x = 7$
- c** $x^2 = 4x + 5$
 $-4x \quad -4x$
 $x^2 - 4x = 5$
 $-5 \quad -5$
 $x^2 - 4x - 5 = 0$
 $(x + 1)(x - 5) = 0$
 $x + 1 = 0 \vee x - 5 = 0$
 $x = -1 \vee x = 5$
- d** $x^2 - x = 2x$
 $-2x \quad -2x$
 $x^2 - 3x = 0$
 $x(x - 3) = 0$
 $x = 0 \vee x - 3 = 0$
 $x = 0 \vee x = 3$
- e** $(3x - 1)(x + 5) = 0$
 $3x - 1 = 0 \vee x + 5 = 0$
 $3x = 1 \vee x = -5$
 $x = \frac{1}{3} \vee x = -5$
- f** $x^2 + 7x = 2x$
 $-2x \quad -2x$
 $x^2 + 5x = 0$
 $x(x + 5) = 0$
 $x = 0 \vee x + 5 = 0$
 $x = 0 \vee x = -5$
- 13** $x^2 - 5 = 4x + 7$
 $-4x \quad -4x$
 $x^2 - 4x - 5 = 7$
 $-7 \quad -7$
 $x^2 - 4x - 12 = 0$
 $(x + 2)(x - 6) = 0$
 $x + 2 = 0 \vee x - 6 = 0$
 $x = -2 \vee x = 6$
 $x = -2$ geeft $y = 4 \cdot -2 + 7 = -1$, dus $(-2, -1)$.
 $x = 6$ geeft $y = 4 \cdot 6 + 7 = 31$, dus $(6, 31)$.

14 a $x(x-2) = 8$
 $x^2 - 2x = 8$
 $\quad -8 \quad -8$
 $x^2 - 2x - 8 = 0$
 $(x+2)(x-4) = 0$
 $x+2 = 0 \vee x-4 = 0$
 $x = -2 \vee x = 4$

b $(x-1)(x+4) = 36$
 $x^2 + 4x - x - 4 = 36$
 $x^2 + 3x - 4 = 36$
 $\quad -36 \quad -36$
 $x^2 + 3x - 40 = 0$
 $(x-5)(x+8) = 0$
 $x-5 = 0 \vee x+8 = 0$
 $x = 5 \vee x = -8$

c $(x-5)^2 = 16x$
 $x^2 - 10x + 25 = 16x$
 $\quad -16x \quad -16x$
 $x^2 - 26x + 25 = 0$
 $(x-1)(x-25) = 0$
 $x-1 = 0 \vee x-25 = 0$
 $x = 1 \vee x = 25$

d $(x+5)(x+12) = 60$
 $x^2 + 12x + 5x + 60 = 60$
 $x^2 + 17x + 60 = 60$
 $\quad -60 \quad -60$
 $x^2 + 17x = 0$
 $x(x+17) = 0$
 $x = 0 \vee x+17 = 0$
 $x = 0 \vee x = -17$

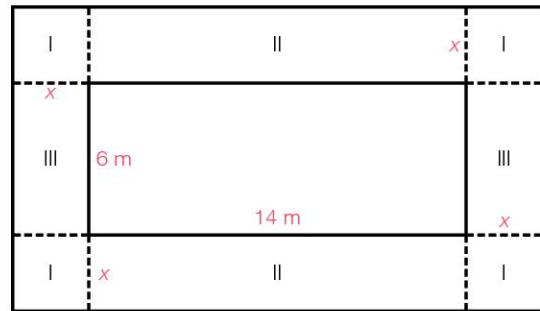
e $5x^2 - 20x = 60$
 $\quad -60 \quad -60$
 $5x^2 - 20x - 60 = 0$
 $x^2 - 4x - 12 = 0$
 $(x+2)(x-6) = 0$
 $x+2 = 0 \vee x-6 = 0$
 $x = -2 \vee x = 6$

f $(x+6)^2 + 5x^2 = 36$
 $x^2 + 12x + 36 + 5x^2 = 36$
 $6x^2 + 12x + 36 = 36$
 $\quad -36 \quad -36$
 $6x^2 + 12x = 0$
 $6x(x+2) = 0$
 $6x = 0 \vee x+2 = 0$
 $x = 0 \vee x = -2$

15 Zie de figuur hiernaast.
 opp I = x^2
 opp II = $14x$
 opp III = $6x$
 opp tegelpad = $4 \cdot \text{opp I} + 2 \cdot \text{opp II} + 2 \cdot \text{opp III}$
 $= 4 \cdot x^2 + 2 \cdot 14x + 2 \cdot 6x$
 $= 4x^2 + 28x + 12x$
 $= 4x^2 + 40x \text{ m}^2$

Los op $4x^2 + 40x = 224$
 $\quad -224 \quad -224$
 $4x^2 + 40x - 224 = 0$
 $x^2 + 10x - 56 = 0$
 $(x-4)(x+14) = 0$
 $x-4 = 0 \vee x+14 = 0$
 $x = 4 \vee x = -14$

De breedte van het terras is 4 meter.



Herhaling

Bladzijde 132

1 a $5x^2 + 4 = 84$
 $\quad -4 \quad -4$
 $5x^2 = 80$
 $\quad :5 \quad :5$
 $x^2 = 16$
 $x = 4 \text{ of } x = -4$

b $-3x^2 + 20 = 8$
 $\quad -20 \quad -20$
 $-3x^2 = -12$
 $\quad : -3 \quad : -3$
 $x^2 = 4$
 $x = 2 \text{ of } x = -2$

c $7 - x^2 = 6$
 $\quad -7 \quad -7$
 $-x^2 = -1$
 $\quad : -1 \quad : -1$
 $x^2 = 1$
 $x = 1 \text{ of } x = -1$

d $0,5x^2 - 2 = 17$
 $\quad +2 \quad +2$
 $0,5x^2 = 19$
 $\quad : 0,5 \quad : 0,5$
 $x^2 = 38$
 $x = \sqrt{38} \text{ of } x = -\sqrt{38}$
 $x \approx 6,16 \text{ of } x \approx -6,16$

e $8 + 0,2x^2 = 28$
 $-8 \quad -8$
 $0,2x^2 = 20$
 $: 0,2 \quad : 0,2$
 $x^2 = 100$
 $x = 10$ of $x = -10$

f $0,1x^2 + 8 = 4$
 $-8 \quad -8$
 $0,1x^2 = -4$
 $: 0,1 \quad : 0,1$
 $x^2 = -40$
 geen oplossing

2 a $3x^2 - 10 = 17$
 $+10 \quad +10$
 $3x^2 = 27$
 $: 3 \quad : 3$
 $x^2 = 9$
 $x = 3$ of $x = -3$

b $x = -3$ geeft $A(-3, 17)$ en $x = 3$ geeft $B(3, 17)$.

3 a $5(x+3)^2 + 8 = 13$
 $-8 \quad -8$
 $5(x+3)^2 = 5$
 $: 5 \quad : 5$
 $(x+3)^2 = 1$
 $x+3 = 1$ of $x+3 = -1$
 $x = -2$ of $x = -4$

b $\frac{1}{4}(x-1)^2 - 7 = 2$
 $+7 \quad +7$
 $\frac{1}{4}(x-1)^2 = 9$
 $\times 4 \quad \times 4$
 $(x-1)^2 = 36$
 $x-1 = 6$ of $x-1 = -6$
 $x = 7$ of $x = -5$

c $5(x+3)^2 + 10 = 5$
 $-10 \quad -10$
 $5(x+3)^2 = -5$
 $: 5 \quad : 5$
 $(x+3)^2 = -1$
 geen oplossing

4 a $9x + 15 = 3(3x + 5)$
b $6x + xy = x(6 + y)$

c $2p^2 - 8pq = 2p(p - 4q)$
d $8abc + 3ac = ac(8b + 3)$

e $5x^2 + x = x(5x + 1)$
f $3xy - 12yz = 3y(x - 4z)$

Bladzijde 133

5 a $5x^3 + 20x^2 = 5x^2(x + 4)$ **d** $49p^2 - q^2 = (7p - q)(7p + q)$
b $16p^2qr - 4pqr = 4pqr(4p - 1)$ **e** $3x^3y - 6x^2y^2 = 3x^2y(x - 2y)$
c $12x^2y^3 + 8x^3y - 10xy^2 = 2xy(6xy^2 + 4x^2 - 5y)$ **f** $18x^2 - 50y^2 = 2(9x^2 - 25y^2) = 2(3x - 5y)(3x + 5y)$

6 a $a^2 - 20a + 100 = (a - 10)^2$
b $49x^2 + 14x + 1 = (7x + 1)^2$
c $64p^2 - 64pq + 16q^2 = 16(4p^2 - 4pq + q^2) = 16(2p - q)^2$
d $5a^3 - 90a^2b + 405ab^2 = 5a(a^2 - 18ab + 81b^2) = 5a(a - 9b)^2$
e $x^4 - 8x^2 + 16 = (x^2 - 4)^2 = ((x - 2)(x + 2))^2 = (x - 2)^2(x + 2)^2$
f $3x^8 - 6x^4 + 3 = 3(x^8 - 2x^4 + 1) = 3(x^4 - 1)^2 = 3((x^2 - 1)(x^2 + 1))^2 = 3((x - 1)(x + 1)(x^2 + 1))^2 = 3(x - 1)^2(x + 1)^2(x^2 + 1)^2$

7 a

product -18	som
1	-18
-1	18
2	-9
-2	9
3	-6
-3	6

b Van de getallen -2 en 9 is het product -18 en de som 7.
 $x^2 + 7x - 18 = (x - 2)(x + 9)$

c Van de getallen -3 en 6 is het product -18 en de som 3.
 $x^2 + 3x - 18 = (x - 3)(x + 6)$

8 a $x^2 - 10x + 16 = (x - 2)(x - 8)$
b $x^2 - 15x - 16 = (x + 1)(x - 16)$
c $2x^2 - 10x - 100 = 2(x^2 - 5x - 50) = 2(x + 5)(x - 10)$
d $x^2 + 8x + 16 = (x + 4)(x + 4)$
e $x^3 - 16x = x(x^2 - 16) = x(x - 4)(x + 4)$
f $3x^2 - 18x = 3x(x - 6)$
g $x^2 - 16x - 36 = (x + 2)(x - 18)$
h $x^3 + 7x^2 - 44x = x(x^2 + 7x - 44) = x(x - 4)(x + 11)$

Bladzijde 134

- 9 a** Stel het even getal is a , dus $a = 2k$.
 Stel het oneven getal is b , dus $b = 2n + 1$.
 Dan $a \cdot b = 2k \cdot (2n + 1) = 2(\underbrace{2kn + k}_{\text{natuurlijk getal } p})$.
 Dus $a \cdot b$ heeft de vorm $2p$, dus $a \cdot b$ is even.
- b** Stel een even getal is $2k$.
 Dan is het kwadraat van een even getal $(2k)^2 = 4\underbrace{k^2}_{\text{natuurlijk getal } p}$.
 Het kwadraat van een even getal heeft de vorm $4p$, dus het kwadraat van een even getal is een viervoud.
- c** Stel $a = 4k - 1$.
 Dan $a^2 = (4k - 1)^2 = 16k^2 - 8k + 1 = 2(\underbrace{8k^2 - 4k}_{\text{natuurlijk getal } p}) + 1$.
 Dus a^2 heeft de vorm $2p + 1$, dus a^2 is oneven.

- 10 a** $(x - 1)(3x - 9) = 0$
 $x - 1 = 0 \vee 3x - 9 = 0$
 $x = 1 \vee 3x = 9$
 $x = 1 \vee x = 3$
- b** $3x(x - 8) = 0$
 $3x = 0 \vee x - 8 = 0$
 $x = 0 \vee x = 8$
- c** $-5x(4x - 7) = 0$
 $-5x = 0 \vee 4x - 7 = 0$
 $x = 0 \vee 4x = 7$
 $x = 0 \vee x = 1\frac{3}{4}$
- d** $(2x - 5)(6x + 3) = 0$
 $2x - 5 = 0 \vee 6x + 3 = 0$
 $2x = 5 \vee 6x = -3$
 $x = 2\frac{1}{2} \vee x = -\frac{1}{2}$

- 11 a** $x^2 - 4x + 3 = 0$
 $(x - 1)(x - 3) = 0$
 $x - 1 = 0 \vee x - 3 = 0$
 $x = 1 \vee x = 3$
- b** $x^2 - 4x - 5 = 0$
 $(x + 1)(x - 5) = 0$
 $x + 1 = 0 \vee x - 5 = 0$
 $x = -1 \vee x = 5$
- c** $x^2 - 4x = 0$
 $x(x - 4) = 0$
 $x = 0 \vee x - 4 = 0$
 $x = 0 \vee x = 4$
- d** $4x^2 - 8x = 0$
 $4x(x - 2) = 0$
 $4x = 0 \vee x - 2 = 0$
 $x = 0 \vee x = 2$
- e** $x^2 - 4x - 60 = 0$
 $(x + 6)(x - 10) = 0$
 $x + 6 = 0 \vee x - 10 = 0$
 $x = -6 \vee x = 10$
- f** $x^2 + 4x - 12 = 0$
 $(x - 2)(x + 6) = 0$
 $x - 2 = 0 \vee x + 6 = 0$
 $x = 2 \vee x = -6$

- 12 a** $x^2 + 3x - 4 = 0$
 $(x - 1)(x + 4) = 0$
 $x - 1 = 0 \vee x + 4 = 0$
 $x = 1 \vee x = -4$
- b** $A(-4, 0)$ en $B(1, 0)$

Bladzijde 135

- 13 a** $x^2 - 7x = 8$
 $\quad \quad \quad -8 \quad -8$
 $x^2 - 7x - 8 = 0$
 $(x + 1)(x - 8) = 0$
 $x + 1 = 0 \vee x - 8 = 0$
 $x = -1 \vee x = 8$
- b** $x^2 - 7x = 8x$
 $\quad \quad \quad -8x \quad -8x$
 $x^2 - 15x = 0$
 $x(x - 15) = 0$
 $x = 0 \vee x - 15 = 0$
 $x = 0 \vee x = 15$
- c** $x^2 = 7x + 18$
 $\quad \quad \quad -7x \quad -7x$
 $x^2 - 7x = 18$
 $\quad \quad \quad -18 \quad -18$
 $x^2 - 7x - 18 = 0$
 $(x + 2)(x - 9) = 0$
 $x + 2 = 0 \vee x - 9 = 0$
 $x = -2 \vee x = 9$
- d** $x^2 = 7x$
 $\quad \quad \quad -7x \quad -7x$
 $x^2 - 7x = 0$
 $x(x - 7) = 0$
 $x = 0 \vee x - 7 = 0$
 $x = 0 \vee x = 7$

$$\begin{aligned}
 \text{e } x^2 - 7x &= 20 + x \\
 &\quad -x \quad -x \\
 x^2 - 8x &= 20 \\
 &\quad -20 \quad -20 \\
 x^2 - 8x - 20 &= 0 \\
 (x+2)(x-10) &= 0 \\
 x+2=0 \vee x-10=0 \\
 x=-2 \vee x=10
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{f } x^2 + 7x + 4 &= 22 \\
 &\quad -22 \quad -22 \\
 x^2 + 7x - 18 &= 0 \\
 (x-2)(x+9) &= 0 \\
 x-2=0 \vee x+9=0 \\
 x=2 \vee x=-9
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 14 \text{ a } x^2 - 2 &= -2x - 2 \\
 &\quad +2x \quad +2x \\
 x^2 + 2x - 2 &= -2 \\
 &\quad +2 \quad +2 \\
 x^2 + 2x &= 0 \\
 x(x+2) &= 0 \\
 x=0 \vee x+2=0 \\
 x=0 \vee x=-2
 \end{aligned}$$

b Bij $x = -2$ hoort $y = (-2)^2 - 2 = 4 - 2 = 2$, dus de y -coördinaat van A is 2.

$$\begin{aligned}
 15 \text{ a } (x+3)(x+5) &= 35 \\
 x^2 + 5x + 3x + 15 &= 35 \\
 x^2 + 8x + 15 &= 35 \\
 &\quad -35 \quad -35 \\
 x^2 + 8x - 20 &= 0 \\
 (x-2)(x+10) &= 0 \\
 x-2=0 \vee x+10=0 \\
 x=2 \vee x=-10
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b } 4x^2 - 8x &= 60 \\
 &\quad -60 \quad -60 \\
 4x^2 - 8x - 60 &= 0 \\
 x^2 - 2x - 15 &= 0 \\
 (x+3)(x-5) &= 0 \\
 x+3=0 \vee x-5=0 \\
 x=-3 \vee x=5
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{c } (x-4)(x+4) &= 15x \\
 x^2 - 16 &= 15x \\
 &\quad -15x \quad -15x \\
 x^2 - 15x - 16 &= 0 \\
 (x+1)(x-16) &= 0 \\
 x+1=0 \vee x-16=0 \\
 x=-1 \vee x=16
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{d } (5x-2)(7x+3) &= 0 \\
 5x-2=0 \vee 7x+3=0 \\
 5x=2 \vee 7x=-3 \\
 x=\frac{2}{5} \vee x=-\frac{3}{7}
 \end{aligned}$$

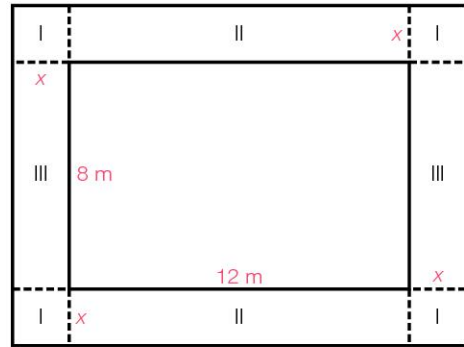
$$\begin{aligned}
 \text{e } 2x(x-8) &= 20x \\
 2x^2 - 16x &= 20x \\
 &\quad -20x \quad -20x \\
 2x^2 - 36x &= 0 \\
 2x(x-18) &= 0 \\
 2x=0 \vee x-18=0 \\
 x=0 \vee x=18
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{f } (x+3)^2 &= 12x \\
 x^2 + 6x + 9 &= 12x \\
 &\quad -12x \quad -12x \\
 x^2 - 6x + 9 &= 0 \\
 (x-3)(x-3) &= 0 \\
 x-3=0 \vee x-3=0 \\
 x=3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{g } (x+4)^2 &= 8x + 20 \\
 x^2 + 8x + 16 &= 8x + 20 \\
 &\quad -8x \quad -8x \\
 x^2 + 16 &= 20 \\
 &\quad -16 \quad -16 \\
 x^2 &= 4 \\
 x=2 \vee x=-2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{h } 2x(x-6) &= 14 \\
 2x^2 - 12x &= 14 \\
 &\quad -14 \quad -14 \\
 2x^2 - 12x - 14 &= 0 \\
 x^2 - 6x - 7 &= 0 \\
 (x+1)(x-7) &= 0 \\
 x+1=0 \vee x-7=0 \\
 x=-1 \vee x=7
 \end{aligned}$$

- 16 a** Zie de figuur hiernaast.
 opp I = x^2
 opp II = $12x$
 opp III = $8x$
 opp tegelpad = $4 \cdot \text{opp I} + 2 \cdot \text{opp II} + 2 \cdot \text{opp III}$
 $= 4 \cdot x^2 + 2 \cdot 12x + 2 \cdot 8x$
 $= 4x^2 + 24x + 16x$
 $= 4x^2 + 40x \text{ m}^2$



- b** Hierbij hoort de vergelijking $4x^2 + 40x = 96$.

c $4x^2 + 40x = 96$

$-96 \quad -96$

$4x^2 + 40x - 96 = 0$

$x^2 + 10x - 24 = 0$

$(x - 2)(x + 12) = 0$

$x - 2 = 0 \vee x + 12 = 0$

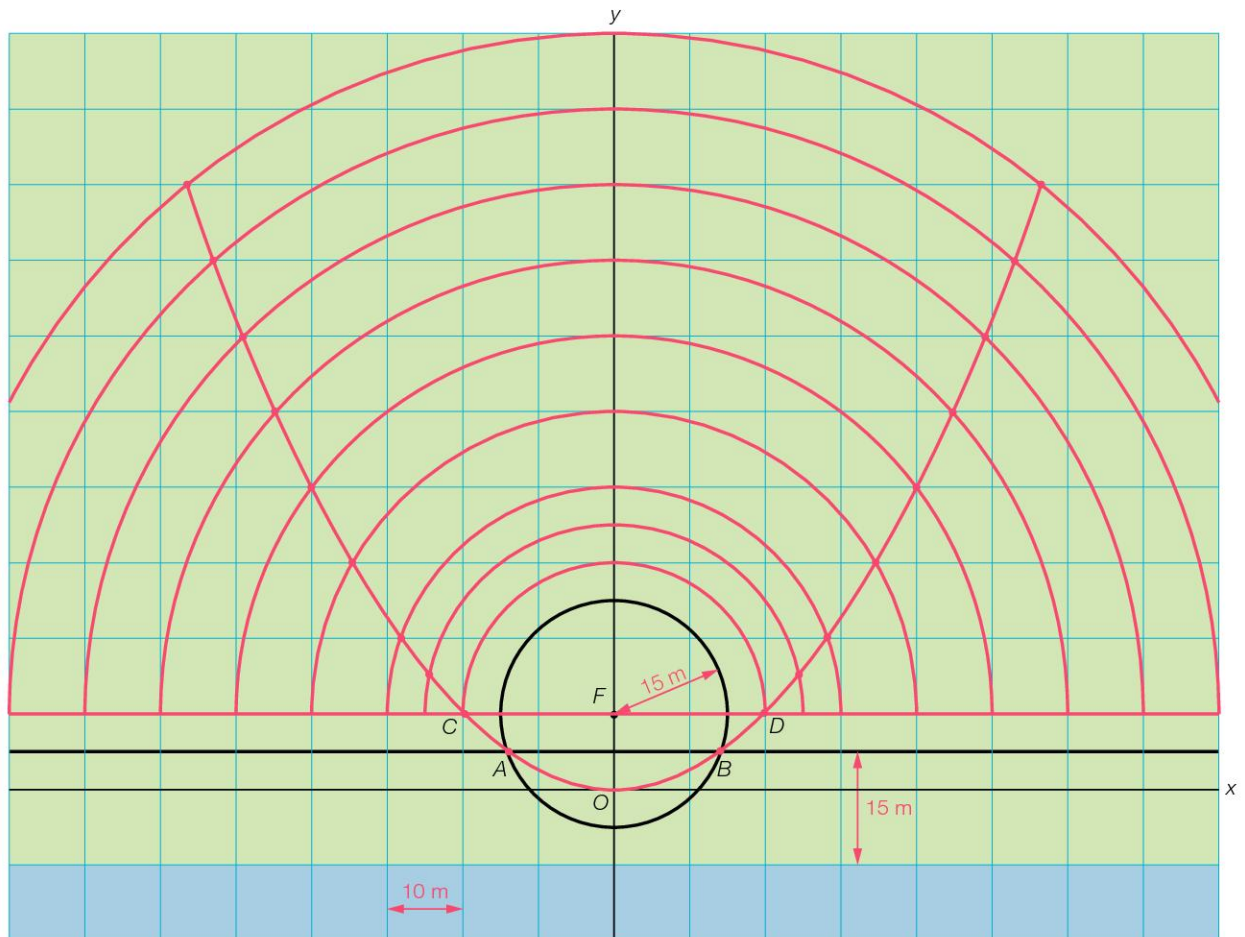
$x = 2 \vee x = -12$

De breedte van het tegelpad is 2 meter.

Onderzoek De parabool

Bladzijde 136

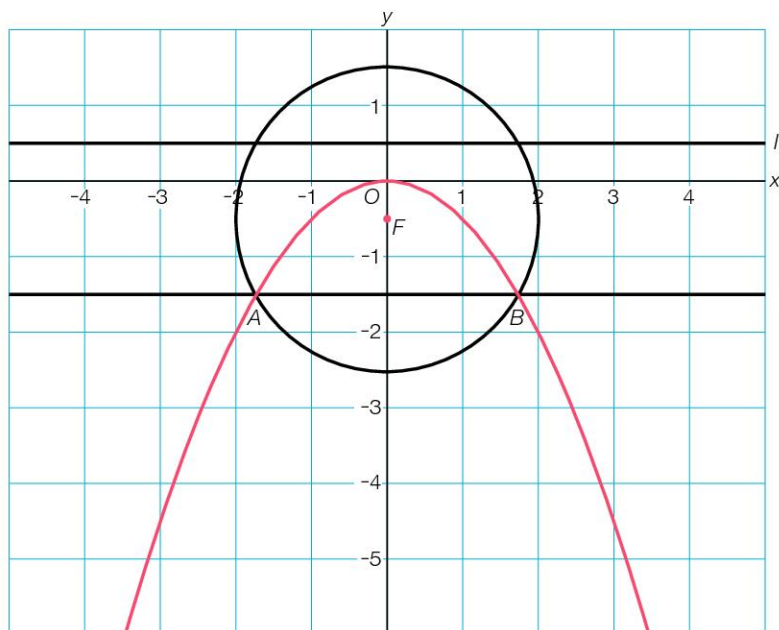
- 1 a,c,d,e,f**



- b** A en B liggen op de lijn die op een afstand van 15 meter evenwijdig aan het kanaal loopt.
 Dus A en B liggen op 15 meter van het kanaal.
 A en B liggen op de cirkel met middelpunt F en straal 15 meter.
 Dus A en B liggen op 15 meter van de fontein.
- f** De oorsprong.

Bladzijde 137

2 a,b,c

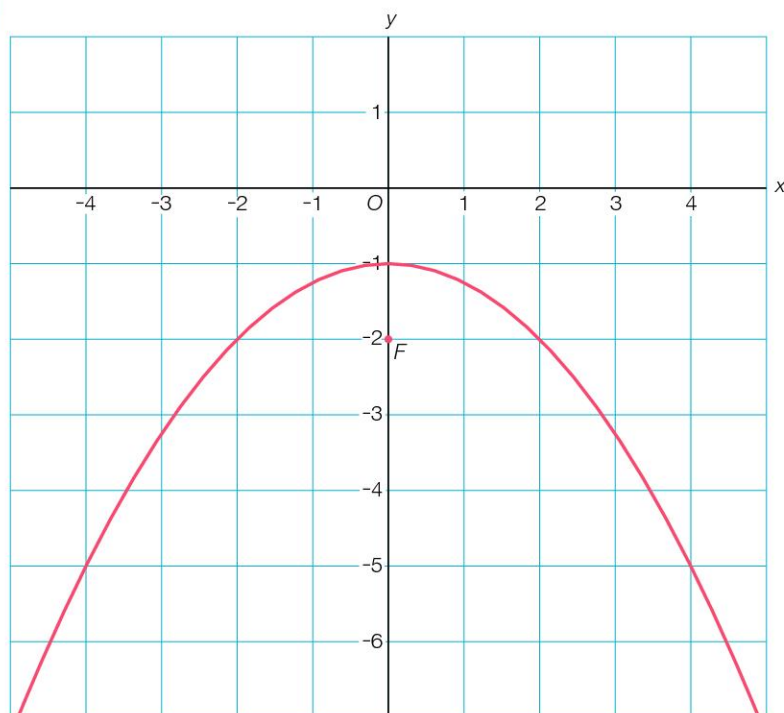
d De parabool gaat door het punt $(2, -2)$.

$$y = ax^2 \text{ door } (2, -2) \text{ geeft } a \cdot 2^2 = -2$$

$$4a = -2$$

$$a = -\frac{1}{2}$$

3

De parabool gaat door het punt $(0, -1)$.

$$y = ax^2 + b \text{ door } (0, -1) \text{ geeft } a \cdot 0^2 + b = -1$$

$$0 + b = -1$$

$$b = -1$$

Dit geeft $y = ax^2 - 1$.De parabool gaat door het punt $(2, -2)$.

$$y = ax^2 - 1 \text{ door } (2, -2) \text{ geeft } a \cdot 2^2 - 1 = -2$$

$$4a - 1 = -2$$

$$4a = -1$$

$$a = -\frac{1}{4}$$

Dus $a = -\frac{1}{4}$ en $b = -1$.

- 4 De parabolen zijn ontstaan door als brandpunt het middelpunt van de cirkel te nemen, en als richtlijn telkens een andere horizontale lijn.
- 5 **a** Een parabool.
b Ja, het is inderdaad een parabool.